# THÈSES

PRÉSENTÉES

## A LA FACULTÉ DES SCIENCES
## DE L'UNIVERSITÉ DE PARIS

POUR OBTENIR

## LE TITRE DE DOCTEUR-INGÉNIEUR

PAR

SAHÉBDJEM Asgar

---

**1ere THÈSE.** — "Recherche sur le flambement de poteaux en béton armé de section carrée, articulés et chargés dans un plan radial quelconque avec des excentricités égales aux deux extrémités".

**2e THÈSE.** — Propositions données par la Faculté.

"Similitude dans les échanges thermiques".

**Soutenues le 3 Mars 1972 devant la Commission d'examen.**

MM. SIESTRUNCK *Président.*

VICHNIEVSKY
ROBINSON
FOURÉ
} *Examinateurs.*

# THÈSES

PRÉSENTÉES

## A LA FACULTÉ DES SCIENCES
## DE L'UNIVERSITÉ DE PARIS

POUR OBTENIR

## LE TITRE DE DOCTEUR-INGÉNIEUR

PAR

SAHÉBDJEM Asgar

---

**1ere THÈSE.** — "Recherche sur le flambement de poteaux en béton armé de section carrée, articulés et chargés dans un plan radial quelconque avec des excentricités égales aux deux extrémités".

**2e THÈSE.** — Propositions données par la Faculté.

"Similitude dans les échanges thermiques".

**Soutenues le 3 Mars 1972 devant la Commission d'examen.**

MM. SIESTRUNCK *Président.*

VICHNIEVSKY
ROBINSON
FOURÉ
} *Examinateurs.*

UNIV.
LEIDEN
BIBL.

## 0,0 - TABLE DES MATIERES


| | Pages |
|---|---|
| 0,1 - Notations principales | V |
| 0,2 - Résumé | VII |
| 1 - INTRODUCTION | 1 |
| 1,1 - Généralités sur le phénomène de flambement | 1 |
| 1,2 - Domaine d'étude | 2 |
| 2 - ETUDE EXPERIMENTALE | 3 |
| 2,1 - Programme des essais | 3 |
| 2,2 - Caractéristiques des corps d'épreuve | 3 |
| 2,3 - Fabrication des pièces | 4 |
| 2,4 - Matériaux utilisés | 5 |
| 2,41 - Béton | 5 |
| 2,42 - Acier | 6 |
| 2,5 - Dispositif d'essai | 7 |
| 2,51 - Machine d'essai | 7 |
| 2,52 - Système d'articulation des extrémités | 7 |
| 2,53 - Réalisation des excentricités initiales | 8 |
| 2,6 - Mesures effectuées | 8 |
| 2,61 - Mesure des charges appliquées | 8 |
| 2,62 - Mesure des flèches | 9 |
| 2,63 - Mesure de rotation de la section médiane | 10 |
| 2,64 - Mesure des déformations en surface du béton | 10 |
| 2,7 - Exécution des essais | 10 |
| 2,8 - Présentation des résultats d'essais | 11 |
| 2,81 - Comportement général | 11 |
| 2,82 - Flèches | 12 |
| 2,83 - Rotation de la section médiane | 12 |

3 - ANALYSE DES RESULTATS EXPERIMENTAUX 13

3,1 - Influence de la rotation 13

3,11 - Rotation de la section médiane 13

3,12 - Non-planéité de la déformée 14

3,13 - Expression analytique du moment de torsion 16

3,14 - Expression analytique de l'angle de rotation dû au moment de torsion 18

3,15 - Calcul du moment de torsion et comparaison avec le couple de fissuration 19

3,2 - Flèche résultante et axe neutre dans la section médiane 21

3,21 - Direction de la flèche résultante 21

3,22 - Inclinaison de l'axe neutre 22

3,221 - Position de l'axe neutre dans une section homogène et élastique soumise à une flexion composée déviée ou simple 22

3,222 - Direction de l'axe neutre au voisinage de la charge de rupture des essais exécutés 23

3,3 - Déformée sinusoïdale 25

4 - CALCUL DE LA CHARGE ULTIME DES POTEAUX CARRES 27

4,1 - Hypothèses simplificatrices 27

4,11 - Présentation des hypothèses 27

4,12 - Discussion des hypothèses complémentaires 28

4,2 - Méthode de calcul 28

4,21 - Principes 28

4,22 - Programme de calcul, cas où la charge s'applique dans un plan de symétrie de la section 30

4,221 - Lois de contraintes-déformations des matériaux utilisées, béton et acier 30

4,222 - Choix des paramètres ; calcul de la charge ultime 31

4,23 - Transformation de la section et application du programme au cas où la charge est en dehors d'un plan de symétrie 33

4,3 - Confrontation de la méthode aux résultats expérimentaux 34

4,31 - Calculs effectués 34

4,311 - Cas de nos essais 35

4,312 - Essais de DRYSDALE et HUGGINS 35

4,313 - Essais de K. GAEDE 36

4,314 - Essais de L.N. RAMAMURTHY 36

4,32 - Discussion sur la validité de la méthode 37

4,4 - Application de la méthode à létude de la variation de la charge ultime $N_u$ en fonction de $\alpha$ 39

4,41 - Influence de l'excentricité initiale 40

4,42 - Influence du pourcentage des aciers 40

4,43 - Influence de la résistance du béton 41

4,44 - Influence de l'élancement 41

4,5 - Valeurs extrêmes de la variation v, conséquences pratiques 42

5 - CONCLUSION 43

Références 44

Remerciements 45

## 0,1 - NOTATIONS PRINCIPALES

| | |
|---|---|
| B | Aire totale de la section transversale du poteau constituée du béton seul. |
| $C_f$ | Couple de fissuration d'un prisme de 12 x 12 cm en béton. |
| E | Module d'élasticité en général. |
| $E_a$ | Module d'élasticité de l'acier. |
| $E_o$ | Module d'élasticité tangent du béton à l'origine. |
| $F_r$ | Flèche du poteau avec les composantes $F_x$ et $F_y$ suivant les axes ox et oy. |
| $F_{mr}$ | Flèche du poteau à mi-longueur avec les composantes $F_{mx}$ et $F_{my}$. |
| $F'_r$ | Flèche d'une demi-onde de sinusoïde passant par les deux extrémités du poteau dont l'amplitude est égale à $F_{mr}$. |
| G | Module d'élasticité au cisaillement |
| K | Moment d'inertie de torsion de la section |
| $M_r$ | Moment résultant de la charge appliquée, par rapport au centre de gravité de la section droite de la déformée du poteau. |
| $M_t$ | Moment de torsion. |
| N | Terme propre à la charge ou résultante des contraintes normales sur une section droite. |
| $N_u$ | Charge de rupture |
| $N_{exp}$ | Charge de rupture expérimentale |
| $N_{cal}$ | Charge de rupture calculée |
| $N_f$ | Charge correspondante à l'observation des premières fissures |
| d | Enrobage des armatures |
| e | Terme propre à l'excentricité de la charge par rapport au centre de gravité de la section. |

| | |
|---|---|
| $e_{or}$ | Excentricité initiale de chargement dans un plan radial avec les composantes $e_{ox}$ et $e_{oy}$ suivant les axes ox et oy. |
| $h_t$ | Hauteur totale de la section transversale du poteau |
| j | Age du béton |
| $\ell$ | longueur entre articulations d'un poteau ou longueur de flambement |
| 1/r | courbure maximale |
| $\alpha$ | Angle entre le plan de chargement et l'axe ox |
| $\beta$ | Angle entre le plan de flambement et l'axe ox |
| $\gamma$ | Angle entre l'axe neutre et l'axe oy dans la section médiane (mi-longueur du poteau) |
| $\theta$ | Angle de rotation |
| $\lambda$ | Elancement mécanique du poteau |
| $\nu$ | Coefficient de Poisson |
| $\omega'_\ell$ | Pourcentage géométrique (rapport des aires) de l'acier dans la section |
| 1/ρ | Courbure de la déformée au niveau d'une section transversale quelconque |
| $\varepsilon'_b$ | Déformation unitaire du béton |
| $\varepsilon'_r$ | Déformation unitaire du béton correspondant au retrait, mesurée sur prisme 10 x 10 x 50 cm au jour d'essai du poteau |
| $\varepsilon'_j$ | Déformation unitaire du béton correspondant à $\sigma'_j$ |
| $\sigma'$ | Contrainte de compression du béton sous la charge N |
| $\sigma'_j$ | Résistance ultime du béton mesurée sur le cylindre de contrôle au jour j. |
| $\sigma_j$ | Résistance à la traction par flexion du béton mesurée sur prisme 10 x 10 x 50 cm au jours d'essai du poteau. |
| $\sigma_e$ | Limite d'élasticité de l'acier |
| $\sigma_r$ | Contrainte de rupture de l'acier. |

## 0,2- RESUME

Pour étudier le comportement des poteaux élancés en béton armé, de section carrée, articulés et chargés dans un plan radial quelconque avec des excentricités égales aux deux extrémités, une série de 17 essais a été réalisée. Les poteaux ont pour caractéristiques communes, une section de 12cm de côté, un élancement mécanique de 108, un pourcentage d'armatures longitudinales de 2,18 % ; la résistance du béton à la compression varie de 246 à 320 kg/cm2.

Les paramètres sont l'inclinaison du plan de chargement : $\alpha = 0°$ (plan médian), 15°, 30° ou 45° (plan diagonal) et l'excentricité initiale radiale qui, rapportée au côté du carré, prend les valeurs : 0,10 - 0,25 - 0,50 - 0,70.

L'étude montre qu'on peut négliger l'influence du moment de torsion, que la déformée est peu différente d'une courbe plane et qu'on peut l'assimiler à une sinusoïde dans le plan de chargement. Par suite, on est ramené à un problème de flambement plan, et, moyennant une définition géométrique adéquate de la section droite, on peut appliquer la méthode de FAESSEL pour le calcul de la charge de flambement.

L'application de cette méthode à 85 poteaux carrés (43 chargés en dehors d'un plan de symétrie) dont la charge ultime expérimentale est connue, donne des rapports de la charge expérimentale à la charge calculée dont la valeur moyenne est 1,091 et le coefficient de variation 7,42 %, ce qui confirme la validité des hypothèses faites.

Pratiquement, pour de tels poteaux, on aura à calculer les charges de flambement dans un plan médian et dans un plan diagonal, et on retiendra la plus faible, éventuellement, on pourrait faire une interpolation linéaire entre ces deux valeurs.

# 1 - INTRODUCTION

## 1,1 - Généralités

On appelle conventionnellement poteau court un poteau pour lequel les coordonnées des points de la fibre moyenne peuvent être supposées invariables en ne commettant qu'une erreur tolérable (1).

La sollicitation dans une section droite quelconque d'un tel poteau est proportionnelle à la charge appliquée et le problème se réduit à celui de l'équilibre de la force extérieure et des efforts internes : c'est un problème de flexion composée.

Dans le cas où les déformations latérales de la fibre moyenne du poteau ne sont pas négligeables, l'excentricité de la force extérieure dans une section quelconque est égale à la somme de l'excentricité initiale qui est constante, et de la flèche qui est fonction de la charge. Ainsi, le moment de flexion dans une section droite quelconque n'est pas proportionnel à la charge appliquée, il croît plus que proportionnellement à cette charge. Dans ce cas, on dit avoir affaire à un problème de flambement, et la ruine d'un tel poteau peut survenir par suite d'un phénomène d'instabilité.

Dans une section quelconque du poteau chargé, la tangente à la fibre moyenne déformée et la force extérieure peuvent ne pas être coplanaires et on a alors une sollicitation complexe dont les composantes principales sont l'effort normal et les deux composantes du moment de flexion, les composantes secondaires : le moment de torsion et les deux composantes de l'effort tranchant.

De plus, dans le cas des poteaux en béton armé, il faut tenir compte de ce que :

1°) les déformations du béton ne sont pas proportionnelles aux contraintes (module variable) ;

---

(1) D'après les règles de calcul des constructions en béton armé (CCBA 68), les poteaux considérés comme "courts" sont ceux dont l'élancement mécanique est au plus égal à 50 s'ils sont chargés axialement, et 35 s'ils sont chargés de façon excentrée.

2° - Le béton tendu étant fissuré, les différentes sections droites du poteau n'ont plus la même inertie ;

3° - Les déformations, donc la sollicitation, varient avec le temps (fluage du béton).

On voit donc qu'il n'est pas possible de fonder une étude du flambement sur une théorie linéaire. Tout calcul destiné à faire apparaître la sécurité d'un élément en béton armé au flambement doit obligatoirement être un calcul à la rupture.

1,2 - Domaine d'étude.

Le problème de la prévision des charges de flambement des poteaux en béton armé articulés aux deux extrémités, de section droite constante, possédant un plan moyen (plan de symétrie, commun au béton et aux armatures, contenant l'effort appliqué) affectés d'excentricités égales aux deux extrémités a été résolu grâce à la méthode de FAESSEL dont la validité a été démontrée par ROBINSON et MODJABI (Réf. 1).

Le problème du flambement des poteaux en béton armé chargés en dehors d'un plan de symétrie a été peu étudié ; en particulier, on ne dispose pas de résultats directement utilisables dans le cas le plus simple, mais aussi le plus fréquent en pratique, des poteaux carrés chargés en dehors d'un plan médian ou diagonal.

La présente recherche concerne les poteaux à section carrée, articulés de façon à permettre toute rotation de flexion mais pas la rotation de torsion, et chargés dans un plan radial quelconque avec des excentricités égales aux deux extrémités.

Les résultats obtenus dans l'étude expérimentale, concernent essentiellement la déformée du poteau et la charge de flambement, et suggèrent de se ramener au problème du flambement dans un plan connu - cas dans lequel la méthode de FAESSEL s'applique.

## 2 - ETUDE EXPERIMENTALE.

### 2,1 - Programme des essais.

Tous les poteaux ont les mêmes caractéristiques géométriques et mécaniques, c'est-à-dire, même longueur, même section carrée et même ferraillage. D'un essai à l'autre, seul varie intentionnellement le point d'application de la charge dans les sections d'extrémités, défini en coordonnées polaires par :

- l'inclinaison $\alpha$ du plan de chargement, qui prend les valeurs 0° (plan médian), 15°, 30° ou 45° (plan diagonal) ;

- l'excentricité raidale $e_{or}$, qui, rapportée au côté $h_t$ du carré, prend les valeurs 0,10 - 0,25 - 0,50 et 0,70.

La figure 1 montre les positions de point d'application de la charge et les nunéros attribués à chaque essai. Le tableau n° 1 indique, de plus, les composantes $e_{ox}$ et $e_{oy}$ de l'excentricité initiale appliquée à chaque poteau [1].

Remarque : L'essai DC 16 est identique à l'essai préliminaire DC 1.

### 2,2 - Caractéristiques des corps d'épreuve.

Tous les poteaux ont une longueur "$\ell$" entre les articulations des deux extrémités, égale à 374 cm, et une section droite carrée de 12 cm de côté, ce qui réalise un élancement mécanique $\lambda$ égal à 108 (2). Ces poteaux sont armés de quatre barres longitudinales en acier naturellement dur HI-Bond A de 10 mm de diamètre et de cadres en tréfilé de 3,4 mm de diamètre espacés de 10 cm (voir fig. 2). Le pourcentage géométrique des aciers longitudinaux dans la section est égal à 2,18. Le béton, dont la résistance à la compression souhaitée $\sigma'_j$ était 300 kg/cm2 ne comportait pas de granulats de dimension supérieure à 10 mm.

---

(1) Dans ce tableau "DC" est le repère conventionnel adopté au laboratoire pour cette série de poteaux.

(2) L'élancement mécanique est, selon les conventions habituelles, égal au rapport de la longueur de flambement au rayon de giration de la section du béton seul.

2,3 - Fabrication des pièces.

Les pièces sont bétonnées dans un coffrage métallique, constitué par deux profilés d'acier UAP de 175 mm de hauteur (voir fig. 3) usinés et montés sur un fond en bois. L'écartement entre les deux joues est maintenu constant le long du coffrage au moyen de quelques entretoises.

Sur les deux extrémités du coffrage sont fixées deux plaques métalliques (repères 3 et 4 sur la fig. 3) qui seront solidaires du poteau après le soudage des aciers longitudinaux et serviront à réaliser les excentricités initiales (voir § 2,53). Ainsi, la longueur bétonnée de chaque poteau est égale à 339 cm.

Après mise en place du ferraillage dans le coffrage, les aciers longitudinaux sont mis en faible tension au moyen de vérins à vis prenant appui, d'une part sur les plaques d'about du coffrage, d'autre part, sur des ancrages à clavettes fixés sur les barres. Il nous a paru nécessaire que les aciers soient bien rectilignes à cause de leur longueur notable par rapport à leur diamètre.

Les figures 3 et 4 montrent les dispositifs de mise en tension montés à l'une des extrémités des aciers longitudinaux, l'autre extrémité ayant été préalablement soudée sur la plaque d'ancrage mort. Le soudage s'effectue dans un plan sensiblement à mi-épaisseur de la plaque pour éviter une éventuelle déformation de celle-ci sous l'effet de l'échauffement.

Environ une heure et demie après le bétonnage (avant la prise du béton) on relâche les aciers et on récupère le dispositif de mise en tension. On coupe ensuite la longueur en excès des aciers au chalumeau et on les soude sur la plaque d'ancrage vif.

Après bétonnage, on recouvre pendant deux jours la surface libre du béton avec des chiffons humides. A la fin de ce délai, on procède au décoffrage de la pièce et on la place dans une chambre humide par brouillard pour une durée de deux semaines.

## 2,4 - Matériaux utilisés.

### 2,41 - Béton.

La résistance à la compression souhaitée, mesurée sur cylindre à 28 jours, était 300 kg/cm2 pour tous les corps d'épreuve. Une dispersion inévitable sur les valeurs réelles de $\sigma_j'$ s'est manifestée. La résistance a été en moyenne sur les 17 essais de 292 kg/cm2, avec des valeurs extrêmes de 246 kg/cm2 et 320 kg/cm2.

La composition pondérale du béton, la même pour toutes les pièces, est, par m3 de béton mis en oeuvre :

- ciment portland artificiel au laitier et cendres CPALC 325 300 kg
- gravier 6,3/10 mm du bassin de la Seine 1002 kg
- sable 0/5 mm du bassin de la Seine 835 kg
- eau, environ 220 l

L'affaissement au cône du béton frais au moment du bétonnage est de l'ordre de 6 cm.

Lors du bétonnage de chaque pièce, on a prélevé 4 éprouvettes cylindriques de 16 cm de diamètre et de 32 cm de hauteur, pour la mesure de la résistance à la compression, et 3 éprouvettes prismatiques de 10 x 10 x 50cm afin de mesurer la résistance à la traction par flexion du béton employé.

Les éprouvettes prélevées ont été conservées dans les mêmes conditions hygrométriques que le corps d'épreuve. Au jour de l'essai, les éprouvettes cylindriques sont surfacées à leurs deux extrémités avec un enduit à base de soufre et de sable fin, puis on les soumet à l'essai de compression. L'une de ces éprouvettes cylindriques a servi à déterminer la courbe contrainte déformation du béton. Les déformations de cette éprouvette sont mesurées au moyen de trois comparateurs au 1/100 de mm le long de trois génératrices du cylindre situées dans trois plans radiaux formant des angles de 120° entre eux.

Les trois éprouvettes prismatiques prélevées ont servi à mesurer la résistance à la traction par flexion du béton à l'aide d'une machine SIMRUPT. La contrainte de rupture en traction du béton est calculée par la formule hatibuelle :

$$\sigma_j = \frac{3,6\ M}{a3}$$

dans laquelle M est le moment fléchissant de rupture ; "a" étant le côté de la base du prisme.

Un autre prisme nous a servi à mesurer la valeur du retrait du béton qui a atteint au maximum 208 et en moyenne 126 micron par mètre;

Les résultats des essais de contrôle sont consignés dans le tableau 2 dans lequel les différents symboles ont les significations suivantes :

- $j$ : âge lors d'essai, en jours ;
- $\sigma'_j$ : résistance à la compression du béton au jour j (moyenne des trois essais) en kg/cm2.
- $\sigma_j$ : résistance à la traction mesurée par flexion, en kg/cm2 ;
- $\varepsilon'_r$ : raccourcissement de retrait, en millionièmes au jour j ;
- $\varepsilon'_u$ : raccourcissement du béton correspondant à la contrainte $\sigma'_j$ ;
- $E_o$ : module d'élasticité tangente du béton à l'origine, en kg/cm2, déterminé graphiquement sur le diagramme contrainte-déformation.

2,42 - Acier.

Les armatures longitudinales employées sont en acier à haute adhérence de type naturellement dur (Hi-Bond A) de 10 mm de diamètre. Ce type d'acier a une limite élastique de l'ordre de 4500 kg/cm2 avec un palier de plastification assez long.

Sur chaque barre utilisée pour la constitution des armatures longitudinales, on a prélevé une éprouvette qui a été soumise à l'essai de traction. D'autre part, chaque couple d'armatures symétrique par rapport au plan diagonal a été constitué de deux tronçons d'une même barre.

Les caractéristiques mesurées sont :

- la limite d'élasticité $\sigma_e$ en kg/cm2 ;
- la contrainte de rupture $\sigma_r$ en kg/cm2

La limite d'élasticité et la contrainte de rupture sont calculées sur la section nominale de l'éprouvette.

Les résultats des essais de traction des aciers sont rassemblées au tableau 3.

## 2,5 - Dispositif d'essai.

### 2,51 - Machine d'essai.

Les corps d'épreuve sont soumis à une force verticale statique sur la machine de compression du Centre d'Essai des Structures conçue spécialement pour des essais de poteaux à petite échelle. La figure 5 représente le schéma de chargement. Cette machine comprend : 4 colonnes Ø 56 mm ancrées aux deux extrémitées sur deux plaques de distance réglable, d'épaisseur 50 mm. Un vérin hydraulique crée une force verticale qui est mesurable au moyen d'un dynamomètre annulaire démontable de capacité choisie entre 5 et 25 tonnes.

### 2,52 - Système d'articulation des extrémités.

L'articulation, à chaque extrémité, est constituée par un système de deux couteaux dont les arêtes sont perpendiculaires entre elles, réalisant deux axes de rotation horizontaux orthogonaux (ox et oy, figure 5). La disposition relative des articulations supérieure et inférieure est telle que l'on ait la même longueur de flambement ( $\ell$ = 374 cm) dans deux plans xoz et yoz. Mais alors le milieu de la distance entre les articulations dans un des plans et dans le plan perpendiculaire ne sont pas au même niveau (décalage $\pm$ 4,5 cm donc faible vis-à-vis de la longueur de flambement).

L'ensemble du piston du vérin et dynamomètre annulaire a été muni d'un dispositif empêchant la rotation autour de l'axe verticale oz. Les conditions d'appui du poteau sont alors telles qu'elles permettent toute rotation de flexion, mais pas de rotation de torsion.

2,53 - Réalisation des excentricités initiales.

L'excentricité initiale étant le seul paramètre de la recherche, on a pris le maximum de soin pour les réaliser d'une façon précise.

A cet effet, sur la plaque 1, (fig. 6 ) solidaire du poteau après le bétonnage par soudage aux aciers longitudinaux, on vient boulonner la plaque 2 dans laquelle ont été percés, aux cotes voulues, les trous de fixation du support du couteau. Chaque support est muni d'un couteau en acier spécial. L'un des supports est solidaire de la plaque 2, l'autre dans un plan perpendiculaire est solidaire de la machine de telle sorte que la ligne verticale passant par les milieux des couteaux matérialise la direction de la charge. Donc, le support du couteau monté sur la machine étant fixe, si on change la position du support du couteau monté sur la tête métallique du poteau, on obtiendra des excentricités initiales différentes.

Remarque : Le poteau DC 17, avec une longueur bétonnée de 374 cm qui est aussi sa longueur de flambement, a été essayé au moyen d'une presse AMSLER de 200 tonnes, munie de "têtes de flambement" réalisant des articulations dans le plan des plateaux d'appui.

2,6 - Mesures effectuées.

A chaque étape de chargement, la charge est maintenue constante et on effectue les mesures suivantes :

- charge appliquée ;
- flèche du poteau dans deux directions ;
- rotation de la section médiane ;
- déformation du béton en surface au niveau de la section médiane.

2,61 - Mesure des charges appliquées.

L'effort exercé par le vérin est mesuré par un dynamomètre du type ZD 25 avec une précision de 100 kg. La mise en pression de l'huile s'effectue au moyen d'une pompe à main.

2,62 - Mesure des flèches.

A chaque étape de chargement et de déchargement, les déplacements latéraux du poteau suivant les deux directions ox et oy ont été mesurés dans cinq sections droites à peu près équidistantes (voir fig. 7 ). Pour mesurer ces déplacements, on utilise des comparateurs de course 25 mm, 50 mm ou 100mm selon l'importance des flèches. La précision de ces appareils est égale au 1/100 de mm.

De même, on mesure les déplacements des deux extrémités du poteau, dus aux jeux inévitables des articulations. Ces déplacements nécessitent de faire une correction sur les flèches mesurées.

En effet, soient $F_{1j}$ et $F_{7j}$ respectivement les déplacements des articulations inférieure et supérieure à l'étape j de chargement. Soient $F_{ij}$ et $FP_{ij}$ respectivement le déplacement et la flèche du poteau à la cote $Z_i$ (voir fig. 8 ).

On a : $$FP_{ij} = (F_{ij} - D_{ij}) \frac{1}{\cos\alpha}$$

où $$\alpha = \text{Arc tg } \frac{F_{7j} - F_{1j}}{Z_7}$$

On obtient la valeur de $D_{ij}$ à l'aide de l'équation de la droite passant par les points A $(F_{1j}, 0)$ et B $(F_{7j}, Z_7)$ ; soit :

$$D_{ij} = F_{1j} + \frac{Z_i (F_{7j} - F_{1j})}{Z_7}$$

Notons que, pour le calcul des flèches la position de l'origine O′ ou O″ sur l'axe z'z n'est pas la même selon que l'on considère le plan xoz ou le plan perpendiculaire yoz, ainsi qu'il résulte de la disposition indiquée sur la figure 5 : O′ est l'articulation inférieure permettant la rotation de flexion dans le plan xoz (flèche Fx) ; O″ est l'articulation inférieure permettant la rotation dans le plan yoz (flèche fy). Pour la flèche résultante, on a pris l'origine de l'axe z à mi-distance de O′ et O″ .

Remarque : pour l'essai DC 17 les flèches ont été mesurées aux trois niveaux relatifs $z/\ell$ égaux à $\sim$ 1/4, 1/2 et 3/4 au moyen de niveaux à lunette à l'axe disposé horizontalement de façon à fonctionner en théodolites et de mires horizontales collées sur le poteau.

2;63 - Mesure de rotation de la section médiane.

La figure 9 indique le principe de mesure. Soit EFGH la position de la section médiane du poteau dans un état non chargé ; après chargement elle prendra une position quelconque E'F'G'H'. Si on mesure les déplacements horizontaux d'une règle solidaire du poteau selon deux directions fixes et parallèles, $C_1\ C'_1$ et $C_2\ C'_2$, la distance $C_1\ C_2$ étant connue, l'angle de rotation pourra être calculé par :

$$\theta = \text{Arc tg}\ \frac{\overline{AA'} - \overline{BB'}}{\overline{C_1\ C_2}}$$

Un cadre rigide constitué par des cornières en duralumin (voir fig. 7 e) avec un côté suffisamment long, nous a servi pour mesurer les déplacements $\overline{AA'}$ et $\overline{BB'}$ au moyen de deux comparateurs $C_1$ et $C_2$ fixés sur deux colonnes de la machine d'essai. Les déplacements ont été mesurés avec une précision de 1/100 de mm.

2,64 - Mesure des déformations en surface du béton.

Les déformations du béton en surface ont été mesurées sur 4 faces du poteau au moyen des jauges électriques à fil résistant de 6 cm de longueur active collées dans la section médiane.

Pour les essais DC 10 à DC 13, les jauges ont été collées sur deux faces opposées, la plus tendue et la plus comprimée.

Les figures 7 (b) et 7 (c) montrent les positions des jauges au niveau de la section médiane du poteau.

Les lectures ont été faites au moyen d'un pont BUDD.

2,7 - Exécution des essais.

Le chargement s'effectue par paliers de valeurs croissantes avec déchargement après chaque palier. Le nombre des étapes et les paliers de chargement varient d'un corps d'épreuve à l'autre et dépendent de la charge de rupture des pièces calculée préalablement. Chaque déchargement s'effectue jusqu'à une charge de référence égale à 200 kg ; ce qu'on estime suffisant pour empêcher tout mouvement accidentel des pièces d'appui.

Après avoir appliqué la charge de référence, on mesure la cote z exacte des comparateurs et on effectue les mesures citées dans le § 2,6. On augmente ensuite la charge jusqu'à atteindre celle de la première étape puis, on maintient le poteau sous cette charge. On effectue les mesures et on trace les fissures observées à l'aide d'un stylo à plume de feutre rouge.

On revient ensuite à la charge de référence et on effectue les mêmes mesures. On répète les mêmes opérations pour les étapes suivantes jusqu'à la rupture du poteau.

Près de la charge de rupture, les déformations du poteau ne sont pas stabilisées et continuent à croître pendant l'application de la charge ; par conséquent, on effectue les mesures le plus rapidement possible.

## 2,8 - Présentation des résultats d'essais.

### 2,81 - Comportement général.

Les poteaux chargés avec une excentricité initiale relative égale à 0,10 ne sont pas fissurés avant le flambement ; mais la rupture par écrasement du béton au niveau de la section médiane a été accompagnée de l'apparition de fissures transversales le long du poteau.

Pour les autres essais, les premières fissures apparaissent aux environs de la section médiane puis la fissuration s'étend le long du poteau au fur et à mesure de l'augmentation de la charge.

La charge d'apparition des premières fissures $N_f$ et le rapport $\frac{N_f}{N_{exp}}$ ($N_{exp}$ étant la charge de rupture) pour les différents poteaux sont rassemblés au tableau 4.

La figure 10 montre un exemple de l'aspect d'un poteau après la rupture. On voit que les fissures sont toujours transversales, qu'elles sont symétriques par rapport à la section médiane et que la section de rupture reste voisine de la section médiane du poteau.

Les charges de rupture expérimentales pour les différents essais exécutés sont présentées au tableau 5.

Remarque : Dans l'essai DC 1 ( $\alpha = 45^{\circ}$, $e_{or}/h_t = 0,5$), le plan de flexion du poteau passait par une des colonnes de la machine et la rupture est survenu sous la charge de 8 tonnes alors que le poteau s'appuyait sur la colonne. Sous la charge correspondant à l'étape précédente (N = 7500 kg) cet appui n'existait pas. La charge de flambement n'est pas exactement connue, mais on peut affirmer qu'elle doit être comprise entre 7500 et 8000 kg.

2,82 - Flèches.

Les valeurs des déplacements mesurés suivant les deux directions ox et oy (voir fig. 27 d) pour cinq sections droites du poteau ont permis le calcul des flèches corrigées (voir § 2,62) pour chaque essai et pour toutes les étapes de chargement.

Les flèches maximales $F_{mx}$ et $F_{my}$ mesurées dans la section médiane et correspondant à l'étape de chargement précédant la rupture sont présentées au tableau 6.

2,83 - Rotation de la section médiane.

La rotation de la section médiane de chaque poteau pour différentes étapes de chargement est calculée d'après le § 2,63.

En appelant $\Theta$ l'angle de rotation, on représente les valeurs de $\Theta$ pour les différents poteaux aux tableaux 7 et 8. Les valeurs de $\Theta$ sont exprimées en minutes sexagésimale et le signe positif correspond à une rotation dans le sens trigonométrique c'est-à-dire $(\vec{ox}, \vec{oy}) = +\frac{\pi}{2}$ dans le système d'axes de la figure 5.

## 3 - ANALYSE DES RESULTATS EXPERIMENTAUX.

### 3,1 - Influence de la rotation.

#### 3,11 - Rotation de la section médiane.

Les valeurs mesurées de rotation de la section médiane ( $\theta$ ) sont portées sur les figures 11 à 13 en fonction de la charge appliquée. Sur les mêmes figures sont aussi portées les valeurs de l'angle de rotation corrigé qui est la différence entre l'angle de rotation mesuré à une étape de chargement et celui mesuré à l'étape de déchargement (jusqu'à la charge de référence de 200 kg) suivante ; on a donc :

$\theta$ (corrigé) = $\theta$ (mesuré sous charge) − $\theta$ (mesuré sous la charge de référence)

L'examen de ces figures montre, d'une part que les valeurs de $\theta$ sont petites (généralement inférieures à 30 minutes sexagésimales), d'autre part que leur variation en fonction de la charge semble, dans la majorité des essais, incohérente.

Dans le cas des essais DC 10 à DC 13 où la charge s'applique dans un plan moyen xoz, les flèches enregistrées Fy ne dépassant pas 1 mm, on peut admettre que le plan moyen xoz reste le plan moyen au cours de chargement et théoriquement il ne doit pas y avoir de rotation. Malgré tout, comme la figure 11 le montre, on mesure un angle $\theta$ corrigé de 3 à 7 minutes pour ces poteaux (avant la fissuration), ceci semble être la conséquence des jeux inévitables aux articulations des extrémités.

Les seuls cas où l'évolution de $\theta$ en fonction de la charge peut paraître significative sont ceux des essais DC 6 et DC 7, et la valeur mesurée avant la rupture est de l'ordre de 20 minutes, et, pour DC 6 la variation linéaire "élastique" de l'ordre de 7 minutes entre 0 et 18 tonnes.

3,12 - Non-planéité de la déformée.

Dans le cas d'un poteau à section carrée soumis à une charge excentrée, la déformée du poteau ne peut rigoureusement pas être une courbe plane ; ceci :

- à cause des imperfections et de l'hétérogénéité du béton lorsque la charge s'applique dans un plan de symétrie de la section ;

- par suite de l'existence du moment de torsion lorsque la charge s'applique en dehors d'un plan de symétrie.

Analysons les résultats expérimentaux :

Tout d'abord, dans le cas où la charge s'applique dans le plan de symétrie de $\alpha = 0°$ ; la flèche mesurée dans le plan perpendiculaire au plan de chargement (Fy), comme le tableau suivant le montre est au maximum de l'ordre de 1 mm.

Valeurs des flèches maximales mesurées et leurs rapports

| Repère | $\frac{e_{or}}{h_t}$ | Fx max (mm) | Fy max (mm) | $\frac{\text{Fy max}}{\text{Fx max}}$ |
|---|---|---|---|---|
| DC 10 | 0,1 | 17,49 | 0,86 | 0,049 |
| DC 11 | 0,25 | 42,38 | 0,85 | 0,020 |
| DC 12 | 0,50 | 55,65 | 1,07 | 0,019 |
| DC 13 | 0,70 | 52,67 | 0,39 | 0,007 |

D'après le tableau ci-dessus, plus l'excentricité relative est grande, plus la flexion selon plan de chargement (ox) devient prépondérante, et mieux la déformée est plane. En tout cas, comme les rapports des valeurs maximales des flèches mesurées suivant les axes oy et ox sont petits, on peut admettre avec une bonne approximation, que dans le cas $\alpha = 0$, la déformée se trouve dans le plan de chargement.

Dans le cas où l'excentricité initiale fait un angle $\alpha$ = 15°, 30° et 45° (plan diagonal) avec le plan moyen, on a calculé les valeurs de l'angle $\beta$ formé par l'axe ox et la flèche résultante au niveau de cinq sections droites pour l'étape de chargement précédant la rupture. Les valeurs de $\beta$ sont rassemblées au tableau 9. Si la déformée était une courbe plane, l'angle $\beta$ devrait être le même suivant les cinq sections droites de chaque poteau. Remarquons qu'une cause supplémentaire de variation des valeurs de $\beta$ calculées juste avant la rupture est l'effet du fluage par suite de la non-simultanéité de toutes les mesures de flèches.

Dans le cas où la charge s'applique suivant le plan diagonal, théoriquement, il n'y a pas de moment de torsion et la déformée, comme dans le cas $\alpha = 0$, doit être plane. Mais, l'hétérogénéité du béton et les défauts de rectitude des corps d'épreuve entraînent une inégalité des flèches suivant les directions ox et oy et d'où l'apparition d'un moment de torsion. Malgré tout, comme le tableau 10 le montre, le coefficient de variation de $\beta$ varie entre 2 % et 4,32 % et on peut admettre encore que la déformée se situe approximativement dans un plan (différent du plan $\alpha$ = 45° pourquoi ?).

Pour le cas de chargement suivant les plans $\alpha = 15°$ et $30°$, on trouve une dispersion assez considérable de $\beta$ (voir le tableau 9) et les coefficients de variation varient de 3,6 % à 18 %.

3,13 - Expression analytique du moment de torsion.

Dans le cas de poteaux longs où les déformations latérales ne sont pas négligeables, les sections droites d'un poteau subiront, un moment de torsion normal à ces sections.

En effet, une section droite du poteau initialement perpendiculaire à la ligne d'action de la charge devient inclinée sous l'application d'une charge N (voir fig 14 vue A-A). Le moment résultant M de la charge N par rapport au centre de gravité de la section droite de la déformée du poteau, reste toujours perpendiculaire à la ligne d'action de la charge, mais il n'est pas dans le plan de la section droite ; d'où un moment de torsion M qui est la projection de $M_r$ sur la tangente à la déformée (perpendiculaire à la section droite) égale à :

$$M_t = \vec{M}_r \cdot \vec{t} \qquad (1)$$

le vecteur $\vec{t}$ étant le vecteur unitaire de la tangente à la déformée du poteau.

Selon les indications de la figure (14) choisissons un système d'axes qui a son origine à l'articulation inférieure du poteau et dont l'axe oz coïncide avec la ligne d'action de la charge N. Le moment de la charge N par rapport au centre de gravité d'une section droite de la déformée G sera :

$$\vec{M}_r = \vec{r} \wedge \vec{N} \qquad (2)$$

où $r^2 = x^2 + y^2$, x et y étant l'abscisse et l'ordonnée de G ;

et avec : $M_r^2 = M_x^2 + M_y^2$ , $N = N_z$

En développant la relation (2) on trouve :

$$\begin{cases} M_x = Ny \\ M_y = -NX \\ M_z = 0 \end{cases} \qquad (3)$$

Appelons a, b, c les cosinus directeurs de la tangente à la déformée, la relation (1) s'écrit :

$$M_t = M_x \cdot a + M_y \cdot b + M_z \cdot c \qquad (4)$$

où :

$$\begin{cases} a = \dfrac{x'}{\sqrt{x'^2 + y'^2 + 1}} \\ b = \dfrac{y'}{\sqrt{x'^2 + y'^2 + 1}} \\ c = \dfrac{1}{\sqrt{x'^2 + y'^2 + 1}} \end{cases}$$

Ainsi, en considérant (3), la relation (4) sera :

$$M_t = N \frac{y\,x' - x\,y'}{\sqrt{x'^2 + y'^2 + 1}} \qquad (5)$$

Admettons, en première approximation, que, la déformée du poteau peut être représentée, en projection sur chacun des plans xoz et yoz, par une demi-onde de sinusoïde, on a :

$$\begin{cases} x = x_o + F_{mx} \sin \dfrac{\pi z}{\ell} \\ y = y_o + F_{my} \sin \dfrac{\pi z}{\ell} \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} x' = \dfrac{\pi}{\ell} F_{mx} \cos \dfrac{\pi z}{\ell} \\ y' = \dfrac{\pi}{\ell} F_{my} \cos \dfrac{\pi z}{\ell} \end{cases}$$

où :

- $x_o$ et $y_o$ sont les excentricités initiales suivant les axes ox et oy ;
- $F_{mx}$ et $F_{my}$ étant les composantes de la flèche résultante au niveau de la section médiane du poteau ;

- $\ell$ , longueur du flambement.

En remplaçant les valeurs de x, y, x' et y' dans la relation (5), on trouve l'expression suivante du moment de torsion.

$$M_t = \frac{N\pi}{\ell}\,(y_o F_{mx} - x_o F_{my})\,\frac{\cos\frac{\pi z}{\ell}}{\sqrt{1+\left(\frac{\pi}{\ell}F_{mr}\cos\frac{\pi z}{\ell}\right)^2}} \qquad (6)$$

où $F_{mr}^2 = F_{mx}^2 + F_{my}^2$

D'après la relation (6), le moment de torsion est nul au niveau de la section médiane ($z = \ell/2$) et change de signe dans cette section ; ses valeurs maximales se situent aux deux extrémités du poteau et sont les mêmes avec des signes contraires.

Remarque : Dans le cas où la charge s'applique dans un plan de symétrie de la section, le moment résultant $M_r$ au niveau z, se situe dans la section droite de la déformée (voir fig. 15 ) et il sera perpendiculaire à la tangente à la déformée. Ainsi le moment de torsion sera nul. Ce résultat reste valable pour un plan de chargement quelconque à condition que le poteau fléchisse dans ce plan. En effet, on aura :

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{y_o}{x_o} = \frac{F_{my}}{F_{mx}}$$

soit, $y_o F_{mx} = x_o F_{my}$ d'où $M_t = 0$

3,14 - Expression analytique de l'angle de rotation dû au moment de torsion.

Le moment de torsion $M_t$ calculé dans le paragraphe 3,13, entraîne une rotation des sections droites du poteau. Soit $\theta_z$ l'angle de rotation au niveau z, on a :

$$\theta_z = \frac{1}{GK}\cdot\int_o^z M_t\, d\zeta \qquad (7)$$

où GK est la rigidité à la torsion, et avec $\theta(z = 0) = 0$.

Remplaçant $M_t$ par sa valeur d'après (6) on a :

$$\theta_z = \frac{1}{GK} \cdot \frac{N\pi}{\ell} (y_o F_{mx} - x_o F_{my}) \int_o^z \frac{\cos \frac{\pi}{\ell}\zeta}{\sqrt{1 + (\frac{\pi}{\ell} F_{mr} \cos \frac{\pi\zeta}{\ell})^2}} \, d\zeta$$

En faisant changement de variable $t = \frac{\pi}{\ell} F_{mr} \sin \frac{\pi\zeta}{\ell}$ on trouve :

$$\theta_z = \frac{1}{GK} \cdot \frac{N\pi}{\ell} (y_o F_{mx} - x_o F_{my}) \cdot \frac{\ell^2}{\pi^2 F_{mr}} \int \frac{dt}{\sqrt{(1 + \frac{\pi^2}{\ell^2} F_{mr}^2) - t^2}}$$

L'intégration est immédiate, on a :

$$\theta_z = \frac{1}{GK} \cdot \frac{\ell N}{\pi F_{mr}} (y_o F_{mx} - x_o F_{my}) \text{ Arc sin } \left(\frac{\pi F_{mr} \sin \frac{\pi z}{\ell}}{\ell \sqrt{1 + (\frac{\pi}{\ell} F_{mr})^2}}\right) \qquad (8)$$

La valeur maximale de $\theta$ se trouve au niveau de la section médiane ($z = \ell/2$) on a donc :

$$\theta_{max} = \frac{1}{GK} \cdot \frac{\ell}{\pi} \cdot \frac{N}{F_{mr}} (y_o F_{mx} - x_o F_{my}) \text{ Arc sin } \left(\frac{\frac{\pi}{\ell} F_{mr}}{\sqrt{1 + (\frac{\pi}{\ell} F_{mr})^2}}\right) \qquad (9)$$

3,15 - Calcul du moment de torsion et comparaison avec le couple de fissuration.

Dans le cas des essais où la charge s'applique en dehors d'un plan de symétrie (DC 2 à DC 9), les valeurs calculées de moment de torsion maximum $(M_t)_{max}$ d'après la formule (6) ( z = o, étape de chargement précédant la rupture) sont rassemblées au tableau 11.

Par ailleurs, la contrainte tangentielle maximale dans un prisme de section carrée, homogène et élastique de côté $h_t$ soumis à un couple de torsion C est égal à :

$$\tau_{max} = \frac{C}{0,208 \, h_t^3}$$

Cette formule peut nous donner l'ordre de grandeur du couple de torsion qu'il faudrait appliquer au poteau pour provoquer sa fissuration, en admettant que celle-ci se produise quand la contrainte $\tau_{max}$ atteint la valeur de la résistance à la traction $\sigma_j$ du béton. Admettons pour $\sigma_j$ une valeur moyenne de 22 kg/cm2, le couple de fissuration sera :

$$C_f = 0{,}208 \times 12^3 \times 22 = 7900 \text{ kg cm}$$

En supposant que la distribution de $C_f$ le long du poteau est linéaire avec les valeurs $C_f$ et $-C_f$ aux deux extrémités, et zéro à mi-longueur, l'angle de rotation correspondant dans la section médiane $\theta_f$ sera :

$$\theta_f = \frac{C_f}{GK} \cdot \frac{\ell}{4}$$

avec $G = \dfrac{E}{2\,(1+\nu)}$ , $K = 0{,}1406\ h_t^4$ et $\ell = 374$ cm

Le coefficient de Poisson $\nu$ est de l'ordre de 0,2 pour le béton et le module d'élasticité moyen de nos essais E = 300 000 kg/cm2 ; on trouve ainsi :

G = 12 550 kg/cm2 , K = 2916 cm2

$\theta_f$ = 0,00203 radianes soit $\theta_f \simeq 8$ minutes sexagésimales.

Le tableau 11 contient les rapports de $\dfrac{(M_t)_{max}}{C_f}$ et les valeurs $\theta_{max}$ de l'angle de rotation maximum calculé d'après la formule (9) pour les essais DC2 à DC 9.

D'après ce tableau, le couple de torsion $(M_t)_{max}$ est au maximum égal à 4 % du couple de fissuration, donc il est négligeable. L'angle de rotation est extrêmement petit et impossible à appréhender par nos moyens de mesure. Pour que des mesures de rotation soient significatives, il faudrait que les valeurs de l'angle à mesurer soient de l'ordre de celle de $\theta_f$.

## 3,2 - Flèche résultante et axe neutre dans la section médiane.

### 3,21 - Direction de la flèche résultante.

Sur les figures 16 et 17 , on représente les positions prises par le centre de gravité de la section médiane pour les différentes étapes de chargement de chaque poteau. La droite moyenne passant par ces points représente la direction de flambement qui fait un angle "$\beta$" avec l'axe ox. Les valeurs de "$\beta$" sont rassemblées au tableau 12 .

D'après ce tableau, pour les poteaux avec les excentricités initiales relatives importantes ($\frac{e_{or}}{h_t}$ = 0,5 et 0,7) on peut admettre que la flèche est contenue dans le plan de chargement, la différence entre l'inclinaison du plan de chargement "$\alpha$" et celle du flambement "$\beta$" varient entre 0 et 5°. Pour ces poteaux, les positions prises par le centre de gravité de la section médiane pour différentes étapes de chargement se situent assez bien sur une ligne droite (voir Fig. 16 et 17 ). On peut admettre, dans ce cas que l'excentricité résultant des défauts de rectitude, hétérogénéité des matériaux et excentricité initiale accidentelle dans un plan autre que le plan de chargement, est petite vis à vis de l'excentricité initiale imposée, et le poteau conserve le plan de chargement comme plan de flambement.

La différence entre $\alpha$ et $\beta$ dans le cas des essais avec les excentricités initiales assez petites ($\frac{e_{or}}{h_t}$ = 0,10 et 0,25) varie entre 0 et 12° et les positions de centre de gravité de la section médiane pour différentes étapes de chargement sont assez dispersées. On peut dire que pour ces poteaux, les excentricités dû aux défauts de rectitude, hétérogénéité des matériaux et autres causes accidentelles ont un effet qui n'est pas négligeable vis à vis de l'effet de la petite excentricité initiale imposée.

Dans le cas de l'essai OC 3 (fig. 16 ) dont la charge ultime est égale à 11500 kg; la flèche s'écarte énormément du plan de chargement sous la charge de 11000 kg. Ceci semble être la conséquence d'une influence de fluage du béton, différente sur $F_x$ et $F_y$ par suite de la non simultanéité des lectures.

Rappelons que, dans le cas des essais où les excentricités initiales sont dans le plan $\alpha = o$, d'après le § 3,12 le plan de chargement reste plan de flambement avec une très bonne approximation.

Dans le cas des poteaux longs en béton armé à section carrée articulés aux deux extrémités, si l'on considère que le plan de chargement est aussi le plan de flambement, l'erreur commise sera d'autant plus petite que l'excentricité initiale est plus grande.

3,22 - Inclinaison de l'axe neutre.

3,221 - Position de l'axe neutre dans une section homogène et élastique soumise à une flexion composée déviée ou simple.

Soit une pièce prismatique soumise à une charge excentrée N. La pièce subira simultanément des déformations dues à une traction ou compression et une flexion déviée. Les efforts intérieurs dans chaque section droite de la pièce se réduisent à un effort normal $N_z = N$ et à un moment de flexion $\vec{M} = \vec{e} \wedge \vec{N}$ dont les composantes dans les plans principaux d'inertie zx et zy de la pièce sont :

$$\begin{cases} M_x = N y_P \\ M_y = - N x_P \end{cases} \qquad \text{avec } e^2 = x_P^2 + y_P^2$$

$x_P$ et $y_P$ étant les coordonnées du point de passage de la charge.

Dans l'hypothèse de l'élasticité, la valeur de la contrainte normale au point de coordonnées x et y est déterminée par l'équation suivante :

$$\sigma = \frac{N}{S} + \frac{M_x}{I_x} y - \frac{M_y}{I_y} x$$

en remplaçant les valeurs de $M_x$ et $M_y$, on aura :

$$\sigma = \frac{N}{S} \left(1 + \frac{y\, y_P}{r_x^2} + \frac{x\, x_P}{r_y^2}\right)$$

où S est l'aire de la section droite ;

$I_x$ et $I_y$ ses moments d'inertie principaux centraux ;

$r_x$ et $r_y$ ses rayons de giration principaux.

L'équation de l'axe neutre sera donc :

$$1 + \frac{y\, y_P}{r_x^2} + \frac{x\, x_P}{r_y^2} = 0$$

Cette droite coupe l'axe ox et oy respectivement aux points :

$$x_n = -\frac{r^2 y}{x_P} \quad \text{et} \quad y_n = -\frac{r_x^2}{y_P}$$

Dans le cas d'une section carrée où $r_x = r_y$ on a :

$$\frac{x_n}{y_n} = \frac{y_P}{x_P}$$

Or, $\frac{y_P}{x_P}$ est la tangente de l'angle que fait le plan de chargement avec ox

et $\frac{x_n}{y_n}$ est la cotangente de l'angle que fait l'axe neutre avec ox.

Par suite, dans le cas d'une section carrée en matière élastique, la direction de l'axe neutre est perpendiculaire à celle du plan de chargement.

Remarque : Pour une section rectangulaire de largeur "a" et de hauteur "b", si $\alpha$ est l'angle entre le plan de chargement et l'axe ox, et $\gamma$ l'angle entre l'axe neutre et oy qui est aussi égal à l'angle entre la direction de courbure principale et ox (fig. 18 ), on a :

$$x_n = \frac{-b^2}{12\, x_P} \quad \text{et} \quad y_n = \frac{-a^2}{12\, y_P}$$

d'où $$\operatorname{tg}\gamma = \frac{b^2}{a^2} \operatorname{tg}\alpha$$

et pour une section carrée $\gamma = \alpha$ .

3,222 - Direction de l'axe neutre au voisinage de la charge de rupture dans les essais exécutés.

Les déformations mesurées par les jauges à fil résistant collées sur le béton permettent de trouver la position de l'axe neutre dans la section médiane.

En effet, considérons deux points A et B de cette section, où les déformations sont $\varepsilon_A$ et $\varepsilon_B$, et supposons que la direction A vers B soit positive. Le point neutre C où la déformation est nulle a une abscisse égale à :

$$\overline{AC} = \frac{\varepsilon_A \cdot \overline{AB}}{\varepsilon_A - \varepsilon_B}$$

La déformation $\varepsilon$ est positive quand il s'agit d'un allongement et négative quand il s'agit d'un raccourcissement.

Pour déterminer la position de l'axe neutre au voisinage de la rupture, on cherche les points neutres correspondant aux couples de jauges $J_1$ $J_4$, $J_2$ $J_5$ et $J_3$ $J_6$ dans le cas de la figure ( 7 b) et $J_1$ $J_6$, $J_2$ $J_5$, $J_3$ $J_8$, $J_4$ $J_7$, $J_3$ $J_6$ et $J_2$ $J_7$ dans le cas de la figure ( 7 c) pour l'étape de chargement précédant la rupture. Les points ainsi obtenus ne seront évidemment pas exactement alignés, on prend alors comme axe neutre une droite moyenne. Remarquons que les valeurs mesurées par les jauges sur la surface tendue de la section fissurée représentent l'ouverture des fissures, mais sont aussi envisagées dans certains cas pour trouver l'axe neutre. L'important étant de déterminer son inclinaison plutôt que sa position exacte.

Sur les figures 19 à 22 , on représente la position de l'axe neutre à l'étape de chargement précédant la rupture.

Pour l'essai DC 11, DC 12 et DC 13, les valeurs des allongements mesurés sur la face tendue sont assez dispersées, à cause de la fissuration ou de l'absence de fissures. L'examen des déformations sur la surface comprimée de la section suffit à montrer que l'axe neutre "moyen" est bien perpendiculaire au plan de chargement.

Les valeurs de l'angle " $\gamma$ " que fait l'axe neutre avec oy sont rassemblées au tableau 13. Pour une pièce de section carrée en matériau élastique, la direction de l'axe neutre, doit être perpendiculaire au plan de chargement (d'après § 3,221) c'est-à-dire que l'on doit avoir : $\gamma = \alpha$ .

Dans le cas du béton armé, en principe $\alpha$ doit être différent de $\gamma$ car :

- le béton armé ne peut pas être considéré comme un matériau homogène ;
- la position de l'axe neutre dépend des caractéristiques mécaniques de la section modifiées par la fissuration et la plastification du béton.

Malgré tout, le tableau 13 montre que, sauf le cas exceptionnel DC 2, la différence entre $\alpha$ et $\gamma$ , qui varie entre 0 et 6° est faible, et il semble que l'on puisse admettre que l'axe neutre est perpendiculaire au plan de chargement.

3,3 - Déformée sinusoïdale.

C'est un fait bien établi que la déformée d'un poteau chargé dans un plan de symétrie et articulé aux deux extrémités peut être représentée avec une bonne approximation par une demi-onde de sinusoïde. Il s'agit ici d'étudier si cela reste vrai pour nos essais, le cas où la charge est en dehors d'un plan de symétrie.

Soit $F_{mr}$ la flèche résultatne expérimentale à mi-longueur du poteau ; on veut ajuster à la déformée expérimentale une sinusoïde d'équation :

$$F'_r = F_{mr} \sin \frac{\pi z}{\ell}$$

où :

$F'_r$ : est la flèche de la sinusoïde à la cote z ; en supposant l'origine de l'axe oz à mi-distance des deux couteaux perpendiculaires de l'articulation inférieure (voir fig. 5 ).

$\ell$ : longueur de flambement (374 cm pour nos essais).

Dans les tableaux 14 à 17 on a rassemblé les valeurs de la flèche résultante expérimentale $F_r$ pour cinq sections droites de chaque poteau ($z/\ell \simeq 1/6$, 1/3, 1/2, 2/3 et 5/6), les valeurs de $F'_r$ calculées pour les mêmes cotes relatives $z/\ell$ et les valeurs du rapport $F_r/F'_r$. Pour chaque poteau on envisage deux ou trois étapes de chargement, l'une étant l'étape

de chargement précédant la rupture, les autres sont les étapes correspondant aux charges approximativement égales à 2/3 et 1/2 de la charge de rupture. Les moyennes arithmétiques des rapports $\frac{F_r}{F'_r}$, qui varient entre 0,94 et 1,07 ont été rassemblées au tableau 18.

D'après ce tableau :

1°) Pour la charge correspondant à l'étape de chargement précédant la rupture, on trouve une moyenne égale à 0,999 et un coefficient de variation de 2,45 % résultat très satisfaisant. Ce résultat est surtout intéressant car c'est la connaissance de la déformée au voisinage de la rupture qui importe pour le calcul de la charge ultime.

2°) Pour les charges correspondant à 2/3 et 1/2 de la charge de rupture, les moyennes arithmétiques des rapports $\frac{F_r}{F'_r}$ sont respectivement 1,035 et 1,029 avec les coefficients de variation 2,06 % et 3,18 % ce qui est encore très satisfaisant.

3°) Pour toutes les étapes de chargement envisagées et pour l'ensemble des valeurs $\frac{F_r}{F'_r}$ on trouve une moyenne arithmétique égale à 1,02 avec le coefficient de variation égal à 6,36 %.

Ces résultats paraissent suffisants pour prétendre que la déformée d'un poteau à section carrée soumis à une charge d'excentricité égale aux deux extrémités appliquée ou non dans un plan de symétrie de la section droite, peut être représentée avec une très bonne approximation par une demi-onde de sinusoïde.

## 4 - CALCUL DE LA CHARGE ULTIME DES POTEAUX CARRES.

Plusieurs auteurs ont proposé ou mis au point des méthodes de calcul de la charge de flambement des poteaux en béton armé soumis à la compression et à la flexion biaxiale - l'effet éventuel de la torsion n'étant pas pris en compte. Les méthodes qui analysent de façon aussi "exacte" que possible le phénomène, conduisent à des programmes de calcul sur ordinateur très élaborés.

Or, dans le cas des poteaux carrés, dont on sait à priori que la charge de flambement sera assez peu influencée par l'inclinaison du plan de chargement, il s'agissait de trouver une méthode de calcul simple et d'en tirer des résultats d'application pratique.

### 4,1 - Hypothèses simplificatrices.

#### 4,11 - Présentation des hypothèses.

Les trois premières hypothèses sont celles qu'on admet habituellement dans une théorie de rupture :

1°) - La non intervention du béton tendu pour cause de fissuration ;

2°) - L'absence de glissement relatif de l'acier et du béton ;

3°) - La conservation des sections planes, qui implique une distribution linéaire des déformations dans les sections droites de la pièce.

Les hypothèses complémentaires sont les suivantes :

4°) - L'influence du moment de torsion et de l'effort tranchant sont négligeables.

5°) - Le poteau se déforme et flambe dans un plan fixe qui est le plan de chargement.

6°) - Dans ce plan, la déformée du poteau est une demi-onde de sinusoïde.

Un corollaire de l'hypothèse 5 est que l'axe neutre est, dans toute section, et quelle que soit la charge, perpendiculaire au plan de chargement.

Dans ces conditions, la méthode de calcul de P. FAESSEL s'applique mutadis mutandis.

4,12 - Discussion des hypothèses complémentaires.

Nous avons vu au § 3,15 que le couple de torsion est certainement très petit et que l'on peut, à bon droit, négliger son influence.

L'étude expérimentale de la déformée nous a montré qu'elle était peu différente d'une courbe plane et qu'on pouvait, avec une bonne approximation, l'assimiler à une demi-onde de sinusoïde. La direction de la flèche résultante dans la section médiane n'est pas rigoureusement fixe, mais elle ne s'écarte généralement pas trop de la direction du plan de chargement ; par ailleurs, une meilleure indication est fournie par l'inclinaison de l'axe neutre qui, au voisinage de la rupture, peut être considéré dans tous les cas comme perpendiculaire au plan de chargement.

4,2 - Méthode de calcul.

4,21 - Principe.

Le principe est le même que celui de la méthode de FAESSEL (réf. 1), mais le flambement du poteau se produit dans un plan fixe, le plan de chargement, qui n'est pas un plan de symétrie.

D'après l'hypothèse 6 et avec les notations utilisées sur la figure 23, l'équation de la déformée sera :

$$e_r = e_{or} + F_{mr} \sin \frac{\pi z}{\ell} \qquad (1)$$

$e_{or}$ étant l'excentricité radiale et $F_{mr}$ la flèche radiale dans la section médiane.

La courbure dans une section quelconque est :

$$\frac{1}{\rho} = \frac{d^2 e_r}{d z^2} = \frac{\pi^2}{\ell^2} F_{mr} \sin \frac{\pi z}{\ell}$$

soit d'après (1) :

$$\frac{1}{\rho} = \frac{\pi^2}{\ell^2} (e_r - e_{or})$$

ce qui peut s'écrire :

$$e_r = e_{or} + \frac{\ell^2}{\pi^2} \cdot \frac{1}{\rho}$$

Cette relation d'ordre géométrique entre l'excentricité et la courbure est valable quelle que soit la section. En fait, il faut considérer la section médiane ($z = \frac{\ell}{2}$), la plus sollicitée, dans laquelle l'excentricité est maximale, égale à :

$$e_{mr} = e_{or} + F_{mr}$$

La courbure maximale égale à :

$$\frac{1}{r} = \frac{\pi^2}{\ell^2} F_{mr}$$

D'où $$e_{mr} = e_{or} + \frac{\ell^2}{\pi^2} \cdot \frac{1}{r} \qquad (2)$$

D'après l'hypothèse de la conservation des sections planes, la courbure au droit d'une section quelconque est liée à l'état de déformation de la section. Par exemple soient $\varepsilon'_b$ et $\varepsilon_b$ les déformtions relatives des fibres la plus comprimée et la plus tendue et $h_t$ la hauteur totale de la section ; on a :

$$1/r = \frac{\varepsilon'_b - \varepsilon_b}{h_t}$$

Pour un état de déformation donné de la section, on peut calculer la courbure 1/r, et la connaissance des lois contrainte-déformation des matérieaux permet de déterminer l'effort normal $N_i$ (résultante des contraintes normales) et l'excentricité $e_i$ (excentricité interne) de celui-ci.

L'équilibre du poteau nécessite l'égalité de l'effort normal à la force extérieure, et l'égalité des excentricités interne et externe :

$$N_i = N \quad , \quad e_i = e_{mr} \qquad (3)$$

L'effort normal N étant une fonction croissante de 1/r ou de $e_i$ l'état d'équilibre ultime du poteau sera déterminé par l'une des conditions suivantes :

$$\frac{dN}{d\left(\frac{1}{r}\right)} = 0 \qquad \text{ou} \qquad \frac{dN}{d\, e_i} = 0 \qquad (4)$$

La relation d'ordre mécanique entre N, e et 1/r peut être représentée dans le plan O 1/r et O e par ses courbes de niveau N = cte qui ont l'allure indiquée sur la fig. 24 . Elles se classent de O e vers O 1/r dans le sens de N croissants. Si l'on ne fixe pas de point limite aux courbes contrainte-déformation des matériaux, les courbes N = cte n'auront pas de point terminal et le critère de flambement (4) sera valable dans tous les cas. La relation (2) est représentée, pour une longueur donnée et une excentricité initiale $e_{or}$ donnée par la droite (D).

Les points d'intersection de la droite (D) avec une courbe N = cte représente un état d'équilibre. Cette équilibre est stable quand la pente de la courbe N = cte au point d'intersection est plus grande que celle de la droite. En effet, un accroissement de la déformation se traduit par un déplacement de $E_1$ en $E'_1$ sur la droite (D) fig. 24 donc ne peut correspondre qu'à un accroissement de la charge $\Delta N$. Par contre, l'accroissement de déformation de $E_2$ en $E'_2$ correspond à une diminution $\Delta N$ de la charge. La position $E_1$ est donc stable et $E_2$ instable. Un point de tangence représente un état critique. La charge critique $N_c$ correspond à la courbe tangente à cette droite.

4,22 - Programme de calcul, cas où la charge s'applique dans un plan de symétrie de la section.

4,221 - Lois de contraintes-déformations des matériaux utilisées.

1°) Béton.

La loi contrainte-déformation choisie pour le béton comprimé est représentée par l'équation :

$$\sigma' = \sigma'_j \frac{2\left(\frac{\varepsilon'}{\varepsilon'_u}\right)}{1 + \left(\frac{\varepsilon'}{\varepsilon'_u}\right)^2}$$

dans laquelle :

$\varepsilon'$ , est le raccourcissement relatif du béton ;

$\sigma'$ , la contrainte normale du béton ;

$\sigma'_j$ , la contrainte de rupture mesurée sur cylindre au jour j ;

$\varepsilon'_u$ , le raccourcissement relatif du béton sous la contrainte

$\sigma'_j$ , dont les valeurs pour nos essais sont rassemblées au tableau 2. Pour le cas des autres essais, on a choisi la valeur 0,002 dans nos calculs.

Cette loi est une fonction non symétrique possédant une branche descendante (fig. 25 a) ; elle peut donc être utilisée pour des déformations $\varepsilon'$ supérieur à $\varepsilon'_u$ .

2°) Acier.

On peut utiliser dans le programme de calcul un des deux diagrammes contrainte-déformation de l'acier : acier écroui ou acier naturel à palier de plasticité. Nous n'avons utilisé que ce dernier qui est représenté à la figure ( 25 b). Sur cette figure :

$\varepsilon_a$ est la déformation relative de l'acier ;
$\varepsilon_e$ la déformation relative à la limite élastique ;
$\sigma_e$ contrainte à la limite élastique.

On a ainsi :

$$\sigma_a = E_a \cdot \varepsilon_a \qquad \text{si} \qquad |\varepsilon_a| < \frac{\sigma_e}{E_a}$$

$$\sigma_a = \sigma_e \qquad \text{si} \qquad |\varepsilon_a| \geqslant \frac{\sigma_e}{E_a}$$

où $E_a$ étant le module de YOUNG égal à $2 \times 10^6$ kg/cm2.

4,222 - Choix des paramètres ; calcul de la charge ultime.

Soit une section de béton armé à plan moyen possédant un centre de symétrie o. $F_1$ et $F_2$ sont les fibres la plus comprimée et la plus tendue avec les déformations relatives $\varepsilon'_{b1}$ et $\varepsilon_{b2}$ , la hauteur totale de la section est $h_t$ (fig. 26 ). Les déformations normales à la section peuvent être définies par deux paramètres : la déformation relative moyenne $\lambda$. et la demi différence $\mu$ des déformations relatives aux points $F_1$ et $F_2$ . La courbure sera donc :

$$\frac{1}{r} = \frac{\varepsilon'_{b1} - \varepsilon_{b2}}{h_t} = \frac{2\mu}{h_t} \qquad (5)$$

Au moyen des paramètres $\lambda$ et $\mu$ , calcul de la déformation relative d'une fibre d'ordonnée h est immédiat, on a :

$$\varepsilon' = \lambda - \frac{2\mu h}{h_t}$$

Ainsi, l'effort normal développé sur la section, N, et son excentricité e [1] sont des fonctions de $\lambda$ et $\mu$ , soit :

$$\begin{cases} N = \varphi(\lambda, \mu) \\ e = f(\lambda, \mu) \end{cases}$$

d'après les relations (2), (3) et (5) on a :

$$e = e_{or} + \frac{\ell^2}{\pi^2} \cdot \frac{2\mu}{h_t}$$

d'où $$e_{or} = f(\lambda, \mu) - \frac{\ell^2}{\pi^2} \cdot \frac{2\mu}{h_t} = \psi(\lambda, \mu)$$

Le calcul numérique des valeurs de N et de $e_{or}$ connaissant $\lambda$ et $\mu$ fait l'objet d'un sous programme.

Supposons que $e_{or}$ soit une constante donnée, et que le paramètre $\mu$ soit fixé ; à partir de la relation $e_{or} = \psi(\lambda, \mu)$ on peut calculer le paramètre $\lambda$ on a :

$$\lambda = g(\mu)$$

le calcul numérique de $\lambda$ connaissant $\mu$ fait l'objet d'un sous programme spécial.

A une valeur de $\mu$ correspond donc une valeur de $\lambda$ ; et l'expression de l'effort normal N sera

$$N = \varphi(\lambda, \mu) = \varphi\left[g(\mu), \mu\right] = h(\mu)$$

La fonction $N = h(\mu)$ possède un maximum qui est la charge de rupture $N_u$ . La recherche de ce maximum fait l'objet de troisième sous programme.

Le programme de calcul ci-dessus a été mis au point par M. MORISSET et il est applicable pour les sections rectangulaires ou les sections doublement symétriques définissables par un ensemble de trapèzes.

---

(1) en appelant "e" la valeur commune $e_i = e_{mr}$.

4,23 - Transformation de la section et application du programme au cas où la charge est en dehors d'un plan de symétrie.

Supposons une section rectangulaire dont la charge s'applique suivant un plan autre que le plan de symétrie. Soit $\alpha$ l'angle de ce plan avec l'axe de grande inertie ox (fig. 27 ). Le plan de flambement est un plan perpendiculaire à l'axe neutre et il fait un angle $\gamma$ avec ox ; (d'après le § 3,221 pour une section rectangulaire, si le matériau est élastique on a: $\operatorname{tg}\gamma = \frac{b^2}{a^2}\operatorname{tg}\alpha$ ; et pour une section carrée en béton armé on a montré qu'on peut admettre $\gamma = \alpha$ ).

Projetons les sommets A, B, C, D sur le plan de flambement et construisons l'hexagone doublement symétrique $A_1\ B_1\ F_1\ C_1\ D_1\ E_1$ dont le côté $B_1\ F_1$ passe par le milieu de FB et est perpendiculaire à FD. De même $D_1\ E_1$ passe par le milieu de DE et est perpendiculaire à FD.

Ainsi, l'aire du parallèlogramme BFDE sera égale à l'aire du rectangle $B_1\ F_1\ D_1\ E_1$ et l'aire du triangle ABE sera égale à celle de $A_1\ B_1\ E_1$ , celle de CDF égale à celle $C_1\ D_1\ F_1$. Remarquons que, sur une droite quelconque parallèle à BE, par exemple $L_1\ L\ M_1\ M$, on a :

$$L_1\ M_1 = LM$$

Supposons que dans le cas de la fig. 27, le sommet A est le point le plus tendu de la section et le sommet C le point le plus comprimé. Construisons le diagramme des déformations. Prenons une bande élémentaire HLMK perpendiculaire au plan de flambement pour laquelle la déformation relative est égale à $\varepsilon'$ . D'après la loi de contrainte-déformation, on peut calculer la contrainte $\sigma'$ le long de cette bande. L'effort normal correspondant $\Delta P$ sera égal à :

$$\Delta P = \sigma' .\ \Delta S$$

Le moment de $\Delta P$ par rapport au G sera :

$$\Delta M = \sigma' .\ \Delta S .\ \overline{IG}$$

En remplaçant le parallèlogramme HLMK par le rectangle $H_1$ $L_1$ $M_1$ $K_1$ qui a la même aire $\Delta S$, l'effort normal $\Delta P$ et son moment $\Delta M$ reste inchangé. De même, l'intégration de $\Delta P$ et $\Delta M$ sur la surface du rectangle ABCD ou sur celle de l'hexagone $A_1$ $B_1$ $F_1$ $D_1$ $E_1$ conduit à la même valeur de l'effort normal résultant P et même moment résultant M.

En résumé, dans le cas où la charge s'applique en dehors d'un plan de symétrie, si l'on se fixe le plan de flambement, on projette les sommets de la section sur ce plan et on construit l'hexagone doublement symétrique comme on vient d'expliquer. Les coordonnées des sommets de l'hexagone seront introduites dans le programme de calcul au lieu des coordonnées des sommets de la section du poteau. Les coordonnées introduites pour les aciers seront les coordonnées des projections des positions des aciers sur le plan de flambement. Finalement, l'excentricité initiale appliquée à l'hexagone dans son plan de symétrie doit être égale à la projection de l'excentricité initiale radiale sur le plan de flambement.

Ainsi, la seul adaptation nécessaire à l'utilisation de la méthode de FAESSEL au calcul de flambement d'un poteau dans un plan connu, différent d'un plan de symétrie, est la définition de la section transformée et la prise en compte d'une excentricité initiale égale à la projection sur le plan de flambement de l'excentricité initiale réelle. L'application aux poteaux carrés est indiquée à la figure 28.

## 4,3 - Confrontation de la méthode aux résultats expérimentaux.

### 4,31 - Calculs effectués.

La méthode de FAESSEL a permis le calcul des charges de flambement des 16 poteaux que nous avons essayés, de 37 poteaux essayés par d'autres auteurs ainsi que de 32 poteaux courts dont les résultats d'essai nous sont aussi fournis par la littérature.

4,311 - Cas de nos essais.

Le tableau 19 contient les charges de flambement expérimentales $N_{exp}$, calculées $N_{cal}$, et aussi les rapports $N_{exp}/N_{cal}$ pour les différents poteaux. Les flèches maximales caclulées à la rupture sont rassemblées au tableau 20 On constate que les flèches calculées à la rupture sont généralement plus grandes que des flèches mesurées, ce qui est normal car ces dernières sont mesurées sous une charge inférieure à la charge ultime.

4,312 - Essais de Robert G. DRYSDALE et Mark W. HUGGINS (Réf. 2).

Parmi un vaste programme d'essais de poteaux carrées exécuté au laboratoire de l'université de TORONTO, 26 essais de courte durée nous intéressent ici.

Les poteaux ont une section carrée de 12,7 cm de côté et une longueur de flambement de 396 cm ; ce qui réalise un élancement mécanique égale à 107. les armatures longitudinales sont 4 barres de diamètre 12,7 mm dont la loi contrainte-déformation est celle d'un matériau élastoplastique. Le pourcentage de ces aciers est égal à 3,14 %, le même pour toutes les pièces. Les contraintes à la limite élastique de 14 barres choisies au hasard donnent une moyenne de 3942 kg.cm2.

La figure 29 montre le ferraillage et la forme des poteaux d'essai. De même que dans nos essais, les paramètres choisis sont :

- l'angle $\alpha$ du plan de chargement, qui prend les valeurs : 0-22,5° ou 45°
- l'excentricité initiale relative $\frac{e_{or}}{h_t}$ égale à 0,2 pour les essais avec $\alpha$ = 0 et 45°, et 0,1 - 0,2 ou 0,3 pour les essais avec $\alpha$ = 22,5° ; les excentricités initiales sont égales aux deux extrémités.

Les tableaux 21 et 22 contiennent les charges de rupture expérimentales et calculées pour les différents poteaux.

4,313 - Essais de K. GAEDE (Réf. 3)

Un ensemble de 11 poteaux dont 3 avec un élancement mécanique de 100 et les autres avec un élancement de 95 ont été essayés par Kürt GAEDE au laboratoire de l'université de HANNOVER en Allemagne.

Les poteaux ont une section droite carrée de 12,4 cm de côté et ils sont armés de quatre barres longitudinales de 7 mm de diamètre.

Le pourcentage des aciers longitudinaux égal à 1 % est le même, pour toutes les pièces. La figure 30 montre le ferraillage d'un poteau. Les caractéristiques géométriques et mécaniques de tous les poteaux sont rangées dans le tableau n° 23.

Tous les poteaux ont été chargés dans un plan diagonal de la section droite avec une excentricité initiale égale aux deux extrémités. Celle-ci est égale à $\frac{2}{10} h_t$ pour cinq d'entre eux et $\frac{5}{10} h_t$ pour le reste ; $h_t$ étant le côté de la section. Les poteaux ne sont articulés que dans le plan de flambement (plan diagonal), ce qui élémine, ou, du moins, réduit le risque des flèches latérales.

Le tableau 24 contient les charges de rupture et les flèches expérimentales et calculées et aussi leurs rapports. Le rapport élevé (1,43 en moyenne) entre les flèches mesurées et calculées est difficilement explicable, sinon par l'effet du fluage, mais celui-ci aurait dû aussi réduire les charges de rupture.

4,314 - Essais de L.N. RAMAMURTHY (réf. 4).

Plusieurs essais sur les poteaux courts à section carrée ou rectangulaire, armés de huit barres d'acier longitudinales, ont été effectués à l'Institut Indien de Technologie de KHARAGPUR sous une charge de courte durée d'application.

36 essais portant sur des poteaux à section carrée articulés aux deux extrémités nous intéressent ici, ils sont groupés en 4 séries A, B, C et R.

Dans les séries A et B, la section et la longueur des poteaux sont les mêmes ; le pourcentage et la limite d'élasticité des aciers varient d'une série à l'autre. Pour les séries C et R, la section, la longueur et la limite d'élasticité des aciers sont les mêmes, d'une série à l'autre seuls varient le pourcentage et l'enrobage des aciers. Le tableau 25 contient les caractéristiques de ces séries. La loi contrainte-déformation des aciers est celle d'un solide élastoplastique.

L'excentricité initiale, le plan de chargement, et la résistance du béton (1) sont différents pour chaque essai. Ces valeurs, ainsi que la charge ultime expérimentale, la charge calculée et le rapport de ces deux dernières sont rassemblés aux tableaux 26 à 28.

La moyenne arithmétique des rapports $N_{exp}/N_{cal}$ pour l'ensemble des essais de RAMAMURTHY est égale à 1,129 avec un écart type de 0,088. Ces valeurs fournissent un coefficient de variation de 7,75 %.

4,32 - Discussion sur la validité de la méthode.

Les rapports $N_{exp}/N_{cal}$ des essais de poteaux élancés ont servi à l'établissement des histogrammes des figures 31 , 32 et 33 .

Le premier histogramme correspond au cas des essais pour lesquels la charge ne s'applique pas dans un plan de symétrie de la section. La moyenne des rapports $N_{exp}/N_{cal}$ pour ces essais est 1,086 et le coefficient de variation est égal à 3,52 %.

Le deuxième histogramme montre la distribution des rapports $N_{exp}/N_{ca}$ pour les essais dont la charge s'applique dans un plan de symétrie de la section. Pour ces essais, la moyenne des rapports $N_{exp}/N_{cal}$ est égale à 1,056 avec un coefficient de variation 7,42 %.

---

(1) Entre la résistance d'un cube de 15 cm de côté et le cylindre de 16 cm de diamètre, la relation suivante est admise ;

$$\sigma'_j(\text{cylindre}) = 0,83\ \sigma'_j\ (\text{cube})$$

Les résultats du calcul sont satisfaisants dans les deux cas (charge dans un plan de symétrie ou non). Il semblerait que, pour les poteaux élancés, le calcul offre une sécurité très légèrement plus grande quand le flambement a lieu hors d'un plan de symétrie (voir tableau ci-dessous).

| Essais de : | $\alpha$ | 0 | 15° | 22,5° | 30° | 45° |
|---|---|---|---|---|---|---|
| SAHEBDJEM | Nombre d'essais | 4 | 4 | - | 4 | 4 |
| | Moyenne des $\frac{N_{exp}}{N_{cal}}$ | 1,034 | 1,078 | - | 1,102 | 1,090 |
| DRYSDALE ET HUGGINS | Nombre d'essais | 4 | - | 12 | - | 10 |
| | Moyenne des $\frac{N_{exp}}{N_{cal}}$ | 1,021 | - | 1,083 | - | 1,067 |

L'histogramme de la figure 33 rassemble tous les résultats relatifs aux poteaux élancés. Remarquons que nos essais et ceux de DRYSDALE et HUGGINS forment un groupe homogène ; même section, même élancement, articulation dans toute direction (contrairement à ceux de GAEDE).

L'histogramme de la figure 34 présente les résultats relatifs aux poteaux courts. Le calcul donne des rapports $N_{exp}/N_{cal}$ peu dispersés mais un peu plus grands que les poteaux élancés, ce qui confirme les résultats de la confrontation de la méthode FAESSEL à l'expérience [Réf. 1] , indiquant que la sécurité était un peu plus grande pour les poteaux courts. Remarquons, de plus que, dans les essais de RAMAMURTHY, l'excentricité est dans tous les cas suffisamment grande pour que l'axe neutre tombe dans la section. Dans ces conditions, le fait de négliger la résistance à la traction du béton apporte une légère sécurité.

La méthode a donc été confrontée à l'expérience pour 85 poteaux (8 chargés dans un plan médian, 34 dans un plan diagonal et 43 en dehors d'un plan de symétrie) qui couvrent le domaine de variation des paramètres défini par les indications suivantes :

- 53 poteaux élancés ( $\lambda$ de 95 à 108)
  pourcentage d'armatures $\omega'_\ell$ , de 1 à 3,14 %
  limite d'élasticité $\sigma_e$ , de 3000 à 4650 kg/cm2,
  résistance du béton $\sigma'_j$ , de 176 à 320 kg/cm2,
  excentricité initiale relative $e_{or}/h_t$, de 0,1 à 0,7.

- 32 poteaux courts ( $\lambda$ = 37)
  pourcentage $\omega'_\ell$ , de 2,44 à 4,35 %
  limite d'élasticité $\sigma_e$ , de 2800 à 3300 kg/cm2,
  résistance du béton $\sigma'_j$ , de 175 à 485 kg/cm2
  excentricité relative $e_{or}/h_t$ , de 0,20 à 1,275.

Les poteaux élancés étaient armés de quatre barres placées dans les angles, les poteaux courts de huit barres dans les angles et au milieu des faces.

La figure 35 rassemble l'ensemble des résultats de cette confrontation. Les rapports $N_{exp}/N_{cal}$ ont une valeur moyenne de 1,091 avec un coefficient de variation de 7,42 %. On peut en conclure que la méthode est sûre.

4,4 - Application de la méthode à l'étude de la variation de la charge ultime $N_u$ en fonction de $\alpha$ .

La validité de la méthode semblant démontrée par ce qui précède, on peut l'utiliser pour l'étude systématique de l'influence des divers paramètres sur la variation de la charge ultime en fonction de l'inclinaison $\alpha$ du plan de chargement.

Dans ce qui suit, on envisage uniquement les poteaux carrés armés de quatre barres dans les angles avec un enrobage égal à 0,125 $h_t$. Ces poteaux ont des excentricités égales aux deux extrémités articulés.

On étudie respectivement l'influence :
- de l'excentricité initiale ;
- du pourcentage des armatures ;
- de l'élancement ;
- de la résistance du béton.

4,41 - Influence de l'excentricité initiale.

On conserve constants :

- l'élancement géométrique $\frac{\ell}{h_t} = 30$ ;
- le pourcentage des aciers longitudinaux $\omega'_\ell = 2\ \%$ ;
- la limite d'élasticité $\sigma_e = 4500$ kg/cm2 ;
- la résistance à la compression du béton $\sigma'_j = 300$ kg/cm2.

Suivant les quatre plans de chargement $\alpha = 0$, 15°, 30° et 45°, on calcule la charge ultime $N_u$ (1) pour les différentes valeurs de l'excentricité initiale :

$$\frac{e_{or}}{h_t} = \frac{1}{10}\ ,\ \frac{2}{10},\ \frac{3}{10}\ ,\ \frac{5}{10}\ ,\ \frac{7}{10}\ ,\ \text{et } 1$$

Les valeurs de $N_u/B\sigma'_j$ sont rassemblées au tableau 29 et la figure 36 montre la variation de $N_u/B\sigma'_j$ en fonction de $\alpha$ pour les différentes valeurs de l'excentricité initiale. D'après cette figure, pour une excentricité initiale $e_{or}/h_t$, les valeurs de $N_u/B\sigma'_j$ calculées suivant les différents plans de chargement, se situent sur une ligne droite. En appelant v la variation relative de $N_u$ en fonction de $\alpha$ , c'est-à-dire :

$$v = \frac{N_u\ (\alpha = 45°) - N_u\ (\alpha = 0°)}{N_u\ (\alpha = 0)}$$

les valeurs de v se situent entre $v = -2{,}9\ \%$ pour le cas $e_{or}/h_t = 0{,}3$ et $v = -11{,}5\ \%$ dans le cas $e_{or}/h_t = 1$.

4,42 - Influence du pourcentage des aciers.

On a choisi à priori un grand élancement, une grande excentricité et un béton assez faible ( $\ell/h_t = 50$, $e_{or}/h_t = 1$, $\sigma'_j = 200$ kg/cm2). Dans ces conditions, la charge de flambement doit être très sensible aux variations du pourcentage et la limite d'élasticité des aciers.

---

(1) Plus exactement le rapport sans dimension $N_u/B\sigma'_j$ .

On prend deux cas extrêmes :

1° - $\omega'_\ell = 1\ \%$ avec $\sigma_e = 2000$ kg/cm2 :

2° - $\omega'_\ell = 4\ \%$ avec $\sigma_e = 4500$ kg/cm2.

Les valeurs de $N_u/B\,\sigma'_j$ sont rassemblées au tableau 30 et la figure 37 montre la variation de $N_u/B\,\sigma'_j$ en fonction de $\alpha$ . D'après cette figure on voit que les valeurs de $N_u/B\,\sigma'_j$ calculées suivant les différents plan de chargement se situent encore sur une ligne droite et la variation relative v de la charge ultime entre les plans $\alpha = 0°$ et 45° est d'autant plus grande que la valeur de $\omega'_\ell \sigma_e$ est petite.

4,43 - Influence de la résistance du béton.

On choisit pour $\sigma'_j$ les trois valeurs 200, 300 et 400 kg/cm2 avec :

$\frac{\ell}{h_t} = 30$, $\omega'_\ell = 2\ \%$, $\sigma_e = 4500$ kg/cm2, $\frac{e_{or}}{h_t} = 0,2$

Les valeurs de $N_u/B\,\sigma'_j$ pour les cas $\alpha = 0$, 15°, 30° et 45° sont rassemblées au tableau 31. La figure 38 représente la variation de $N_u/B\,\sigma'_j$ en fonction de $\alpha$ pour les valeurs de $\sigma'_j$ choisies.

Cette figure montre que les valeurs de $N_u/B\,\sigma'_j$ calculées suivant les différents plans de chargement sont sur une ligne droite et plus la résistance du béton est grande plus la variation v est grande.

4,44 - Influence de l'élancement.

On choisit pour l'élancement géométrique $\frac{\ell}{h_t}$ les trois valeurs 10, 30 et 50 avec :

$\frac{e_{or}}{h_t} = 0,2$ , $\omega'_\ell = 2\ \%$ , $\sigma_e = 4500$ , $\sigma'_j = 300$ kg/cm2

Suivant les quatre plans de chargement $\alpha = 0°$, 15°, 30° et 45°, on calcule $N_u/B\,\sigma'_j$ pour les différentes valeurs de $\ell/h_t$.

Les valeurs $N_u/B\,\sigma'_j$ sont rassemblées au tableau 32 et la figure 39 représente la variation de $N_u$ en fonction de $\alpha$ . D'après cette figure, on voit encore que les valeurs de $N_u$ calculées suivant les différents plans de

chargement $\alpha$ sont sur une ligne droite. On constate que la variation relative v de la charge ultime est d'autant plus grand que l'élancement est grand, et elle change de signe à partir d'une valeur élevée de l'élancement géométrique (de l'ordre de 45) ; c'est-à-dire la charge ultime calculée suivant le plan diagonal devient plus grande que celle calculée dans un plan médian.

4,5 - Valeurs extrêmes de la variation v, conséquences pratiques.

D'après ce qui précède, il semble que les plus petites valeurs de v seront obtenues pour :

- une grande excentricité ;
- un fort pourcentage d'acier ;
- une faible résistance du béton ;
- un petit élancement ;

et les plus grandes valeurs de v pour :

- une excentricité moyenne ;
- un faible pourcentage d'aciers ;
- une forte résistance du béton ;
- un grand élancement.

Ceci suggère l'étude des deux cas extrêmes suivants :

| | $e_{or}/h_t$ | $\omega'_\ell$ | $\sigma_e$ | $\sigma'_j$ | $\ell/h_t$ |
|---|---|---|---|---|---|
| cas 1 | 1 | 4 % | 5000 kg/cm2 | 200 kg/cm2 | 10 |
| cas 2 | 0,3 | 1 % | 2000 kg/cm2 | 400 kg/cm2 | 50 |

Les valeurs de $N_u/B\,\sigma'_j$ calculées pour ces deux séries des données sont rassemblées au tableau 33 et la figure 40 représente la variation de $N_u/B\,\sigma'_j$ en fonction de $\alpha$ . On voit que, dans le cas 1, où v est très petite (- 22%), la variation sensiblement linéaire de $N_u/B\,\sigma'_j$ en fonction de $\alpha$ n'est plus respectée. Il serait nécessaire d'étudier un plus grand nombre de cas (et aussi l'influence de la distribution des armatures) pour avoir une

connaissance plus précise des valeurs limites de v. Mais on peut déjà faire quelques constatations importantes :

- le flambement deans le plan diagonal est généralement plus défavorable que celui dans le plan médian et la différence de charge peut être grande (plus de 20 %) ;

- pour les grands élancement, le plan médian peut être le plus défavorable avec une différence de charge notable par rapport au flambement diagonal (plus de 10 %).

- pour la charge de flambement dans un plan quelconque, une interpolation linéaire entre les charges de flambement dans le plan médian et diagonal donnera généralement une approximation suffisante.

Ce résultat a une importance pratique car, il existe déjà des tables de calcul de la charge ultime (réf. 5) pour les cas $\alpha = 0$ et 45°.

## 5 - CONCLUSION.

L'étude des poteaux en béton armé de section carrée articulées et chargés dans un plan radial quelconque avec des excentricités égales aux deux extrémités, a permis de montrer que l'influence de la torsion était négligeable, et qu'on pouvait se ramener à un problème de flambement dans le plan de chargement. Dès lors, il est possible, moyennant une définition géométrique adéquate de la section droite, d'appliquer la méthode de P. FAESSEL. La confrontation à 85 résultats expérimentaux le confirme.

En pratique, il conviendrait de calculer les charges de flambement dans un plan médian et dans un plan diagonal et de retenir la plus faible des deux. Eventuellement, une interpolation linéaire entre ces deux charges pourrait être faite.

## REFERENCES


Réf. 1 J.R. ROBINSON et S.S. MODJABI,
"La prévision des charges de flambement des poteaux en béton armé par la méthode de P. FAESSEL"
Annales de l'I.T.B.T.P., n° 249, sept. 1968, pages 1296 à 1316.

Réf. 2 R.G. BRYSDALE et M.W. HUGGINS,
"Sustained biaxial load on slender concrete columns"
Journal of the Structural Division of the American Society of Civil engineers, May 1971.

Réf. 3 Kurt GAEDE,
"Knicken von Stahlbetonstäben mit quadratischen querschnitt in Richtung einer diagonalen unter Kurz-und longzeitbelastung"
Hanover 1968.

Réf. 4 L.N. RAMAMURTHY,
"Investigation of the ultimate strength of square and rectangular columns under biaxially excentric loads".
Symposium on reinforced concrete columns, American Concrete Institute - SP 13 (1956).

Réf. 5 P. FAESSEL, J.R. ROBINSON et A. MORISSET
"Tables d'états limites ultimes des poteaux en béton armé,
S.D.T.B. et T.P., Paris 1971.

## REMERCIEMENTS

J'adresse mes remerciements respectueux à MM. les Professeurs SIESTRUNCK et VICHNIEVSKY pour l'intérêt bienveillant qu'ils ont bien voulu accorder à ce travail.

J'exprime mes remerciements très sincères à Monsieur ROBINSON, Professeur à l'Ecole Nationale des Ponts et Chaussées et Directeur de l'I.R.A.B.A. qui m'a fait le grand honneur de m'accueillir dans son laboratoire et qui m'a guidé dans mon travail.

Je tiens à témoigner tout particulièrement ma reconnaissance à Monsieur FOURE, Ingénieur du Service d'Etude des Structures, dont l'aide et les conseils m'ont été très précieux.

Je présente l'expression de ma sympathie la plus vive à tous mes camarades ingénieurs, ainsi qu'à tout le personnel du Centre d'Essais des Structures de Saint-Rémy-lès-Chevreuse.

TABLEAU 1

PROGRAMME DES ESSAIS

| Poteaux de 12 x 12cm$^2$ de section et de longueur 374 cm | | | | |
|---|---|---|---|---|
| Essai n° | $\alpha$ (degré) | $e_{or}$ (mm) | $e_{ox}$ (mm) | $e_{oy}$ (mm) |
| DC 10 | 0° | $0,10\,h_t = 12$ | 12 | 0 |
| DC 2 | 15° | | 11,59 | 3,11 |
| DC 6 | 30° | | 10,39 | 6 |
| DC 14 | 45° | | 8,49 | 8,49 |
| DC 11 | 0° | $0,25\,h_t = 30$ | 30 | 0 |
| DC 3 | 15° | | 28,98 | 7,76 |
| DC 7 | 30° | | 25,98 | 15 |
| DC 15 | 45° | | 21,21 | 21,21 |
| DC 12 | 0° | $0,50 h_t = 60$ | 60 | 0 |
| DC 4 | 15° | | 57,96 | 15,53 |
| DC 8 | 30° | | 51,96 | 30 |
| DC 1 | 45° | | 42,43 | 42,43 |
| DC 16 | " | | " | " |
| DC 13 | 0° | $0,70 h_t = 84$ | 84 | 0 |
| DC 5 | 15° | | 81,14 | 21,74 |
| DC 9 | 30° | | 72,75 | 42 |
| DC 17 | 45° | | 59,40 | 59,40 |

TABLEAU 2

Caractéristiques mécaniques des bétons employés

| Repère | j (jours) | $\acute{\sigma}_j$ (kg/cm2) | $\sigma_j$ (kg/cm2) | $\acute{\varepsilon}_r \times 10^6$ | $\varepsilon_u \times 10^6$ | $E_o$ (kg/cm2) |
|---|---|---|---|---|---|---|
| DC 1 | 28 | 272 | 24 | 120 | 2395 | 294 000 |
| DC 2 | 28 | 272,5 | 23,6 | 136 | 2480 | 303 000 |
| DC 3 | 27 | 256,6 | 21,6 | 98 | 2090 | 290 000 |
| DC 4 | 28 | 308 | 24,3 | 75 | 2076 | 324 000 |
| DC 5 | 28 | 301 | 22,6 | 106 | 2020 | 292 000 |
| DC 6 | 27 | 306 | 24,9 | 122 | 2060 | 306 000 |
| DC 7 | 28 | 320 | 22,9 | 110 | 1955 | 332 000 |
| DC 8 | 28 | 308 | 23,6 | 106 | 2091 | 310 000 |
| DC 9 | 28 | 295 | 22,6 | 120 | 2010 | 296 000 |
| DC 10 | 28 | 308 | 22,8 | 130 | 2185 | 313 000 |
| DC 11 | 28 | 320 | 26,8 | 140 | 2220 | 327 000 |
| DC 12 | 27 | 309 | 23,6 | 125 | 2055 | 298 000 |
| DC 13 | 28 | 305 | 24,2 | 116 | 2187 | 307 000 |
| DC 14 | 28 | 287 | 25,5 | 156 | 1970 | 296 000 |
| DC 15 | 28 | 279 | 23,4 | 100 | 2480 | 274 000 |
| DC 16 | 27 | 271 | 20,4 | 178 | 2240 | 278 000 |
| DC 17 | 28 | 246 | 23,3 | 208 | 1829 | 280 000 |
| Moyenne | | 292 | 23,5 | 126 | 2138 | 301 200 |

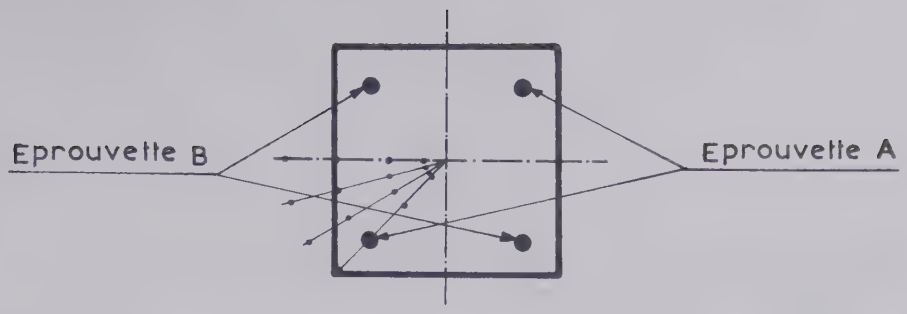



TABLEAU 3

Caractéristiques mécaniques des aciers longitudinaux.

| ESSAI n° | $\sigma_e$ kg/cm2 | | $\sigma_r$ kg/cm2 | |
|---|---|---|---|---|
| | Epr. A | Epr. B | Epr. A | Epr. B |
| DC 1 | 4520 | 4460 | 6600 | 6853 |
| DC 2 | 4485 | 4586 | 6586 | 6600 |
| DC 3 | 4650 | 4610 | 6548 | 6955 |
| DC 4 | 4330 | 4510 | 6675 | 6550 |
| DC 5 | 4635 | 4510 | 6955 | 6740 |
| DC 6 | 4585 | 4545 | 6940 | 6535 |
| DC 7 | 4535 | 4520 | 6700 | 6675 |
| DC 8 | 4460 | 4625 | 6595 | 6775 |
| DC 9 | 4585 | 4700 | 6725 | 6610 |
| DC 10 | 4535 | 4635 | 6775 | 6775 |
| DC 11 | 4510 | 4520 | 6625 | 6685 |
| DC 12 | 4535 | 4585 | 6715 | 6685 |
| DC 13 | 4535 | 4470 | 6610 | 6575 |
| DC 14 | 4675 | 4370 | 6800 | 6685 |
| DC 15 | 4460 | 4330 | 6660 | 6495 |
| DC 16 | 4380 | 4395 | 6685 | 6470 |
| DC 17 | 4485 | 4545 | 6675 | 6650 |
| Moyenne | 4520 | | | |

TABLEAU 4

Charges d'apparition des premières fissures $N_f$.

| Essai n° | $\alpha$ degré | $\frac{e_{or}}{h_t}$ | $N_f$ (kg) | $\frac{N_f}{N_{exp}}$ | Observation |
|---|---|---|---|---|---|
| DC 10 | 0° | 0,10 | 20 000 | 1 | Fissuration conséquence de la rupture. |
| DC 2 | 15° | | 18 000 | 1 | |
| DC 6 | 30° | | 21 000 | 1 | |
| DC 14 | 45° | | 21 000 | 1 | |
| DC 11 | 0° | 0,25 | 9 000 | 0,80 | Apparition des premières fissures aux environs de la section médiane. |
| DC 3 | 15° | | 10 000 | 0,87 | |
| DC 7 | 30° | | 9 000 | 0,75 | |
| DC 15 | 45° | | 9 000 | 0,86 | |
| DC 12 | 0° | 0,50 | 5 000 | 0,63 | |
| DC 4 | 15° | | 5 000 | 0,67 | |
| DC 8 | 30° | | 5 000 | 0,67 | |
| DC 1 | 45° | | 5 000 | 0,63 | |
| DC 16 | 45° | | 4 000 | 0,57 | |
| DC 13 | 0° | 0,70 | 3 000 | 0,50 | |
| DC 5 | 15° | | 3 000 | 0,52 | |
| DC 9 | 30° | | 4 000 | 0,62 | |
| DC 17 | 45° | | 3 000 | 0,54 | |

TABLEAU 5

Charge de rupture expérimentales $N_{exp}$

| Essai n° | $\alpha$ (degré) | $\frac{e_{or}}{h_t}$ | $N_{exp}$ (kg) | Observations |
|---|---|---|---|---|
| DC 10 | 0° | 0,10 | 20 000 | |
| DC 2 | 15° | | 18 000 | |
| DC 6 | 30° | | 21 000 | |
| DC 14 | 45° | | 21 000 | |
| DC 11 | 0° | 0,25 | 11 300 | |
| DC 3 | 15° | | 11 500 | |
| DC 7 | 30° | | 12 000 | Rupture sous charge maintenue. |
| DC 15 | 45° | | 10 500 | |
| DC 12 | 0° | 0,50 | 8 000 | |
| DC 4 | 15° | | 7 500 | Rupture sous la deuxième application de 7500 kg. |
| DC 8 | 30° | | 7 500 | " " " " " " |
| DC 1 | 45° | | 7500 à 8000 | |
| DC 16 | 45° | | 7 000 | Rupture sous charge maintenue. |
| DC 13 | 0° | 0,70 | 6 000 | |
| DC 5 | 15° | | 5 800 | |
| DC 9 | 30° | | 6 500 | |
| DC 17 | 45° | | 5 600 | |

TABLEAU 6

Flèche à mi-longueur du poteau mesurée à l'étape de chargement précédant la rupture.

| Repère | $\alpha$ (degré) | $\frac{e_{or}}{h_t}$ | $F_{mx}$ (mm) | $F_{my}$ (mm) | $F_{mr}$ (mm) |
|---|---|---|---|---|---|
| DC 10 | 0° | 0,10 | 17,49 | - 0,27 | 17,50 |
| DC 11 | | 0,25 | 42,38 | 0,55 | 42,50 |
| DC 12 | | 0,50 | 55,63 | 1,077 | 56 |
| DC 13 | | 0,70 | 52,67 | - 0,21 | 52,70 |
| DC 2 | 15° | 0,10 | 14,13 | 7,27 | 16 |
| DC 3 | | 0,25 | 28,11 | 18,90 | 34 |
| DC 4 | | 0,50 | 51,73 | 17,08 | 54,5 |
| DC 5 | | 0,70 | 49,51 | 14,65 | 52 |
| DC 6 | 30° | 0,10 | 17,97 | 6,60 | 19 |
| DC 7 | | 0,25 | 16,85 | 13,73 | 22 |
| DC 8 | | 0,50 | 40,38 | 26,24 | 48,5 |
| DC 9 | | 0,70 | 37,26 | 24,01 | 44,5 |
| DC 14 | 45° | 0,10 | 9,60 | 15,36 | 18 |
| DC 15 | | 0,25 | 21,27 | 21,84 | 30,5 |
| DC 1 | | 0,50 | 25,53 | 35,10 | 43,5 |
| DC 16 | | 0,50 | 28,67 | 31,55 | 42,5 |
| DC 17 | | 0,70 | 31,07 | 37,81 | 48,8 |

TABLEAU 7

Rotation de la section médiane "θ" pour les différentes étapes de chargement

| DC 10 $\alpha=0°, \frac{e_{or}}{h_t}=0,1$ | | DC 11 $\alpha=0°, \frac{e_{or}}{h_t}=0,25$ | | DC 12 $\alpha=0°, \frac{e_{or}}{h_t}=0,5$ | | DC 13 $\alpha=0°, \frac{e_{or}}{h_t}=0,7$ | | DC 2 $\alpha=15°, \frac{e_{or}}{h_t}=0,1$ | | DC 3 $\alpha=15°, \frac{e_{or}}{h_t}=0,25$ | | DC 4 $\alpha=15°, \frac{e_{or}}{h_t}=0,5$ | | DC 5 $\alpha=15°, \frac{e_{or}}{h_t}=0,7$ | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Charge (kg) | θ (mn) | Charge (kg) | θ (mn) | Charge (kg) | θ (mn) | Charge (kg) | θ (mn) | Charge (kg) | θ (mn) | Charge (kg) | θ (mn) | Charge (kg) | θ (mn) | Charge (kg) | θ (mn) |
| 200. | 0′. | 200. | 0′. | 200. | 0′. | 200. | 0′. | 200. | 0′. | 200. | 0′. | 200. | 0′. | 200. | 0′. |
| 4000. | -6′. | 3000. | -6′. | 1500. | -1′. | 1000. | -0′. | 5000. | 5′. | 3000. | 14′. | 1500. | -4′. | 1500. | 5′. |
| 200. | -5′. | 200. | -2′. | 200. | -0′. | 200. | 0′. | 200. | 6′. | 200. | 8′. | 200. | -5′. | 200. | 2′. |
| 7000. | -14′. | 5000. | -7′. | 3000. | -2′. | 2000. | -3′. | 7500. | 17′. | 5000. | 11′. | 3000. | -8′. | 3000. | 1′. |
| 200. | -7′. | 200. | -3′. | 200. | -0′. | 200. | -0′. | 200. | 10′. | 200. | 5′. | 200. | -7′. | 200. | 2′. |
| 10000. | -9′. | 7000. | -8′. | 4000. | -2′. | 3000. | -4′. | 10000. | 17′. | 7000. | 6′. | 4000. | -9′. | 3500. | 1′. |
| 200. | -7′. | 200. | -3′. | 200. | -0′. | 200. | -1′. | 200. | 8′. | 200. | 2′. | 200. | -8′. | 200. | 2′. |
| 12000. | -9′. | 8000. | -9′. | 5000. | -2′. | 3500. | -4′. | 12500. | 17′. | 9000. | 6′. | 5000. | -11′. | 4000. | 0′. |
| 200. | -7′. | 200. | -3′. | 200. | -1′. | 200. | -1′. | 200. | 1′. | 200. | 3′. | 200. | -9′. | 200. | 2′. |
| 14000. | -9′. | 9000. | -8′. | 6000. | -3′. | 4000. | -4′. | 15000. | 15′. | 10000. | 3′. | 5500. | -11′. | 4500. | 0′. |
| 200. | -7′. | 200. | -3′. | 200. | -1′. | 200. | -1′. | 200. | -3′. | 200. | -2′. | 200. | -9′. | 200. | 1′. |
| 15000. | -10′. | 10000. | -9′. | 6500. | -10′. | 4500. | -4′. | 16000. | 15′. | 10500. | 8′. | 6000. | -13′. | 5000. | 1′. |
| 200. | -7′. | 200. | -3′. | 200. | -0′. | 200. | -1′. | 200. | -9′. | 200. | 1′. | 200. | -9′. | 200. | 2′. |
| 16000. | -10′. | 11000. | 23′. | 7000. | -16′. | 5000. | -5′. | 17000. | 13′. | 11000. | 5′. | 6500. | -34′. | 5500. | 0′. |
| 200. | -6′. | 200. | -3′. | 200. | -1′. | 200. | -2′. | 200. | -11′. | 200. | 2′. | 200. | -10′. | 200. | -7′. |
| 17000. | -10′. | | | 7500. | -16′. | 5500. | -4′. | | | | | 7000. | -14′. | | |
| 200. | -6′. | | | 200. | -1′. | 200. | -1′. | | | | | 200. | 10′. | | |
| 18000. | -10′. | | | | | | | | | | | 7500. | -11′. | | |
| 200. | -8′. | | | | | | | | | | | 200. | -11′. | | |
| 19000. | -10′. | | | | | | | | | | | | | | |
| 200. | -7′. | | | | | | | | | | | | | | |

TABLEAU 8

Rotation de la section médiane "$\theta$" pour les différentes étapes de chargement

| DC 6 $\alpha=30°$, $\frac{e_{or}}{h_t}=0,1$ | | DC 7 $\alpha=30°$, $\frac{e_{or}}{h_t}=0,25$ | | DC 8 $\alpha=30°$, $\frac{e_{or}}{h_t}=0,5$ | | DC 9 $\alpha=30°$, $\frac{e_{or}}{h_t}=0,7$ | | DC 14 $\alpha=45°$, $\frac{e_{or}}{h_t}=0,1$ | | DC 15 $\alpha=45°$, $\frac{e_{or}}{h_t}=0,25$ | | DC 16 $\alpha=45°$, $\frac{e_{or}}{h_t}=0,5$ | | DC 1 $\alpha=45°$, $\frac{e_{or}}{h_t}=0,5$ | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Charge (kg) | $\theta$ (mn) | Charge (kg) | $\theta$ (mn) | charge (kg) | $\theta$ (mn) | Charge (kg) | $\theta$ (mn) | Charge (kg) | $\theta$ (mn) | Charge (kg) | $\theta$ (mn) | Charge (kg) | $\theta$ (mn) | Charge (kg) | $\theta$ (mn) |
| 200. | 0'. | 200. | 0'. | 200. | 0'. | 200. | 0'. | 200. | 0'. | 200. | 0'. | 200. | 0'. | 200. | 0'. |
| 5000. | -5'. | 5000. | -6'. | 2000. | 1'. | 2000. | 4'. | 4000. | -13'. | 3000. | -1'. | 3000. | -6'. | 2000. | 15'. |
| 200. | -2'. | 200. | -1'. | 200. | -3'. | 200. | -1'. | 200. | -0'. | 200. | 2'. | 200. | -3'. | 200. | -0'. |
| 7500. | -7'. | 7000. | -7'. | 4000. | -8'. | 3000. | -7'. | 7000. | -28'. | 5000. | -24'. | 4000. | -7'. | 4000. | 10'. |
| 200. | -3'. | 200. | -2'. | 200. | -2'. | 200. | -2'. | 200. | 4'. | 200. | 3'. | 200. | -4'. | 200. | 10'. |
| 10000. | -8'. | 9000. | -10'. | 5000. | -8'. | 4000. | -9'. | 10000. | -3'. | 7000. | 7'. | 5000. | -4'. | 5000. | 8'. |
| 200. | -3'. | 200. | -2'. | 200. | -3'. | 200. | -3'. | 200. | -1'. | 200. | 4'. | 200. | -4'. | 200. | 10'. |
| 12500. | -9'. | 10000. | -15'. | 6000. | -12'. | 5000. | -53'. | 12000. | -2'. | 9000. | 5'. | 5500. | -6'. | 5500. | 9'. |
| 200. | -3'. | 200. | -2'. | 200. | -2'. | 200. | -2'. | 200. | -1'. | 200. | 4'. | 200. | -5'. | 200. | 8'. |
| 14000. | -9'. | 11000. | -20'. | 6500. | -12'. | 5500. | -51'. | 14000. | -2'. | 10000. | 25'. | 6000. | 0'. | 6000. | 7'. |
| 200. | -3'. | 200. | -2'. | 200. | -3'. | 200. | -2'. | 200. | -1'. | 200. | 5'. | 200. | -5'. | 200. | 8'. |
| 15500. | -10'. | | | 7000. | -9'. | 6000. | -11'. | 16000. | -2'. | | | 6500. | -7'. | 6500. | 3'. |
| 200. | -4'. | | | 200. | -2'. | 200. | -3'. | 200. | -1'. | | | 200. | -4'. | 200. | 5'. |
| 17000. | -10'. | | | 7500. | -15'. | | | 17000. | -2'. | | | | | 7000. | -9'. |
| 200. | -4'. | | | 200. | -2'. | | | 200. | -0'. | | | | | 200. | 1. |
| 18000. | -11'. | | | | | | | 18000. | -2'. | | | | | 7500. | -24'. |
| 200. | -3'. | | | | | | | 200. | 6'. | | | | | 200. | -10'. |
| 19000. | -12'. | | | | | | | 19000. | -1'. | | | | | | |
| 200. | -3'. | | | | | | | 200. | -0'. | | | | | | |
| 20000. | -19'. | | | | | | | 20000. | 1'. | | | | | | |
| 200. | -4'. | | | | | | | 200. | -1'. | | | | | | |

TABLEAU 9

ANGLE FORME PAR L'AXE Ox ET LA FLECHE RESULTANTE, A 1'ETAPE DE CHARGEMENT PRECEDANT LA RUPTURE

| $z/\ell$ | z (cm) | Valeurs de $\beta$ en degré | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | $\alpha = 15°$ | | | | $\alpha = 30°$ | | | |
| | | DC 2 | DC 3 | DC 4 | DC 5 | DC 6 | DC 7 | DC 8 | DC 9 |
| ~ 1/6 | 62 | 22 | 23,3 | 16,9 | 14,8 | 16,8 | 34,5 | 31,6 | 25,7 |
| ~ 1/3 | 129 | 26,2 | 23,5 | 18,4 | 16,2 | 19,9 | 36,3 | 33,7 | 32,8 |
| ~ 1/2 | 180 | 27,2 | 33,9+ | 18,2 | 16,4 | 20,1 | 39,1 | 33 | 32,8 |
| ~ 2/3 | 250 | 27 | 24 | 19,2 | 16,9 | 25,8 | 41 | 34,7 | 36 |
| ~ 5/6 | 312 | 25,9 | 23,4 | 18,5 | 16,8 | 22,4 | 37,7 | 34,1 | 35,3 |
| Moyenne : | | 25,66 | 25,62 | 18,24 | 16,22 | 21 | 37,72 | 33,42 | 32,52 |
| Coef. de variation : | | 8,24% | 18,09% | 4,59% | 5,20% | 16% | 6,63% | 3,56% | 12,59% |

TABLEAU 10

| $z/\ell$ | z (cm) | Valeurs de $\beta$ en degré , Cas $\alpha = 45°$ | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | DC 14 | DC 15 | DC 1 | DC 16 | DC 17 | | |
| | | | | | | $z/\ell$ | z (cm) | $\beta$ |
| ~ 1/6 | 61 | 55,7 | 48,5 | 50,6 | 46,2 | | | |
| ~ 1/3 | 129 | 58,5 | 47 | 53,4 | 45,7 | | | |
| ~ 1/2 | 181 | 58 | 45,7 | 53,9 | 47,7 | ~ 1/4 | 97 | 50,07 |
| ~ 2/3 | 250 | 57,8 | 46,8 | 53,2 | 49,4 | 1/2 | 187 | 50,6 |
| ~ 5/6 | 312 | 56,5 | 43,4 | 57,1 | 47,7 | ~ 3/4 | 277 | 51,8 |
| Moyenne : | | 57,30 | 46,28 | 53,64 | 47,34 | | | 50,82 |
| Coef. de variation : | | 2,02 % | 4,09 % | 4,32 % | 3,07 % | | | 1,74 % |

\+ : Valeur douteuse

**Tableau 11**

**Valeurs maximales du moment de torsion et de l'angle de rotation**

| Repère | N (Kg) | $(M_t)_{max}$ (kgcm) | $\frac{(M_t)_{max}}{C_f}$ | $\theta_{max}$ (sec) |
|---|---|---|---|---|
| DC 2 | 17 000 | 57 | 0,0072 | ~ 4 |
| DC 3 | 11 000 | 305 | 0,0385 | ~ 21 |
| DC 4 | 7 500 | 120 | 0,015 | ~ 8 |
| DC 5 | 5 500 | 51 | 0,0065 | ~ 4 |
| DC 6 | 20 000 | 65,5 | 0,0083 | ~ 5 |
| DC 7 | 11 000 | 94 | 0,012 | ~ 7 |
| DC 8 | 7 500 | 101 | 0,0127 | ~ 7 |
| DC 9 | 6 000 | 91 | 0,011 | ~ 7 |

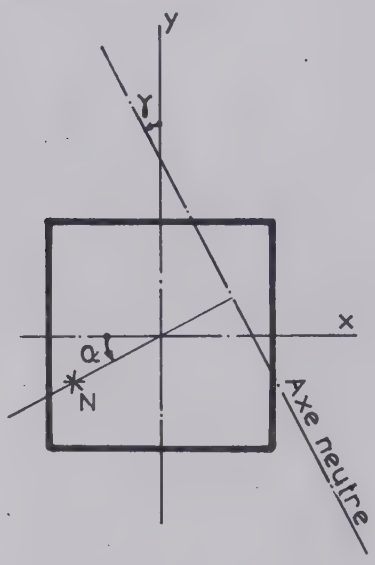
TABLEAU 12

Direction du plan de chargement "$\alpha$" et plan de flambement "$\beta$"

| Repère | $\frac{e_{or}}{h_t}$ | $\alpha$ (degré) | $\beta$ (degré) | $\beta-\alpha$ (degré) |
|---|---|---|---|---|
| DC 2 | 0,10 | 15° | 25° | 10° |
| DC 3 | 0,25 | | 23° | 8° |
| DC 4 | 0,50 | | 17° | 2° |
| DC 5 | 0,70 | | 15° | 0° |
| DC 6 | 0,10 | 30° | 20° | - 10° |
| DC 7 | 0,25 | | 37° | 7° |
| DC 8 | 0,50 | | 33° | 3° |
| DC 9 | 0,70 | | 32° | 2° |
| DC 14 | 0,10 | 45° | 57° | 12° |
| DC 15 | 0,25 | | 45° | 0° |
| DC 1 | 0,50 | | 50° | 5° |
| DC 16 | 0,50 | | 47° | 2° |
| DC 17 | 0,70 | | 48° | 3° |

Tableau 13

Inclinaison de l'axe neutre "$\gamma$" à l'étape de chargement précédant la rupture




| Repère | $\frac{e_{or}}{h_t}$ | $\alpha$ (degré) | $\gamma$ (degré) | $\gamma-\alpha$ (degré) |
|---|---|---|---|---|
| DC 10 | 0,1 | | | |
| DC 11 | 0,25 | 0° | 0° | 0° |
| DC 12 | 0,50 | | | |
| DC 13 | 0,70 | | | |
| DC 2 | 0,1 | | 30° | 15° |
| DC 3 | 0,25 | | 18° | 3° |
| DC 4 | 0,50 | 15° | 21° | 6° |
| DC 5 | 0,70 | | 15° | 0° |
| DC 6 | 0,1 | | 30° | 0° |
| DC 7 | 0,25 | | 35° | 5° |
| DC 8 | 0,50 | 30° | 32° | 2° |
| DC 9 | 0,70 | | 30° | 0° |
| DC 14 | 0,1 | | 45° | 0° |
| DC 15 | 0,25 | | 45° | 0° |
| DC 1 | 0,50 | 45° | 50° | 5° |
| DC 16 | 0,50 | | 45° | 0° |
| DC 17 | 0,70 | | 45° | 0° |

TABLEAU 14

COMPARAISON ENTRE LA DEFORMEE EXPERIMENTALE ET LA SINUSOIDE AJUSTEE

| z/ℓ | Valeurs de $F_r/F'_r$ , pour les essais avec : $\alpha = 0°$ | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | DC 10 $e_{or}/h_t = 0,10$ | | | DC 11 $e_{or}/h_t = 0,25$ | | | DC 12 $e_{or}/h_t = 0,50$ | | | DC 13 $e_{or}/h_t = 0,70$ | | |
| | N=10000 kg | N=15000 kg | N=19000 kg | N= 5000 kg | N= 9000 kg | N=11000 kg | N= 3000 kg | N= 5000 kg | N= 7500 kg | N= 2000 kg | N= 4000 kg | N= 5500 kg |
| ~ 1/6 | 1,05 | 1,04 | 0,99 | 1,11 | 1,08 | 1,01 | 0,97 | 1,02 | 1,01 | 1,09 | 1,08 | 1,03 |
| ~ 1/3 | 1,00 | 1,00 | 0,99 | 1,01 | 1,02 | 1,00 | 0,89 | 0,97 | 1,00 | 1,00 | 1,03 | 1,00 |
| ~ 1/2 | 1,00 | 1,00 | 1,00 | 1,00 | 1,00 | 1,00 | 1,00 | 1,00 | 1,00 | 1,00 | 1,00 | 1,00 |
| ~ 2/3 | 1,02 | 1,02 | 0,98 | 1,01 | 1,01 | 0,97 | 0,90 | 0,96 | 1,02 | 0,96 | 0,99 | 0,99 |
| ~ 5/6 | 1,13 | 1,08 | 1,01 | 1,12 | 1,06 | 0,94 | 0,96 | 1,00 | 0,98 | 1,06 | 1,04 | 1,00 |
| Moyenne | 1,04 | 1,03 | 0,99 | 1,05 | 1,03 | 0,99 | 0,94 | 0,99 | 1,00 | 1,02 | 1,03 | 1,00 |

Tableau 15

| z/ℓ | Valeurs de $F_r/F'_r$ , pour les essais avec : $\alpha = 15°$ | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | DC 2 $e_{or}/h_t = 0,10$ | | | DC 3 $e_{or}/h_t = 0,25$ | | | DC 4 $e_{or}/h_t = 0,50$ | | | DC 5 $e_{or}/h_t = 0,70$ | |
| | N=10000 kg | N=15000 kg | N=17000 kg | N= 5000 kg | N= 9000 kg | N=11000 kg | N= 3000 kg | N= 5500 kg | N= 7500 kg | N= 3500 kg | N= 5500 kg |
| ~ 1/6 | 1,44 | 1,16 | 1,07 | 1,13 | 1,14 | 1,01 | 1,10 | 1,05 | 1,03 | 1,08 | 1,05 |
| ~ 1/3 | 0,77 | 0,99 | 0,97 | 1,05 | 1,06 | 0,92 | 1,03 | 1,02 | 0,99 | 1,01 | 1,01 |
| ~ 1/2 | 1,00 | 1,00 | 1,00 | 1,00 | 1,00 | 1,00 | 1,00 | 1,00 | 1,00 | 1,00 | 1,00 |
| ~ 2/3 | 1,01 | 1,13 | 1,01 | 0,81 | 1,07 | 0,95 | 1,01 | 1,00 | 0,99 | 1,00 | 0,99 |
| ~ 5/6 | 0,98 | 1,03 | 1,03 | 1,04 | 1,10 | 0,90 | 1,11 | 1,06 | 1,01 | 1,06 | 1,01 |
| Moyenne | 1,04 | 1,06 | 1,01 | 1,00 | 1,07 | 0,96 | 1,05 | 1,03 | 1,00 | 1,03 | 1,01 |

TABLEAU 16

COMPARAISON ENTRE LA DEFORMEE EXPERIMENTALE ET LA SINUSOIDE AJUSTEE

| $z/\ell$ | Valeurs de $F_r/F'_r$ , pour les essais avec $\alpha = 30°$ | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | DC 6 $e_{or}/h_t = 0,10$ | | | DC 7 $e_{or}/h_t = 0,25$ | | | DC 8 $e_{or}/h_t = 0,50$ | | | DC 9 $e_{or}/h_t = 0,70$ | | |
| | N=10000 kg | N=15500 kg | N=20000 kg | N= 5000 kg | N= 9000 kg | N=11000 kg | N= 4000 kg | N= 6000 kg | N= 7500 kg | N= 2000 kg | N= 4000 kg | N= 6000 kg |
| ~ 1/6 | 1,14 | 1,09 | 1,02 | 1,09 | 1,11 | 0,97 | 1,12 | 1,08 | 1,04 | 1,15 | 1,09 | 1,26 |
| ~ 1/3 | 1,06 | 1,04 | 1,02 | 1,04 | 1,03 | 0,96 | 1,03 | 1,02 | 1,02 | 1,06 | 1,02 | 1,02 |
| ~ 1/2 | 1,00 | 1,00 | 1,00 | 1,00 | 1,00 | 1,00 | 1,00 | 1,00 | 1,00 | 1,00 | 1,00 | 1,00 |
| ~ 2/3 | 1,01 | 1,00 | 0,99 | 1,05 | 1,14 | 0,99 | 1,02 | 1,01 | 1,01 | 1,01 | 1,02 | 1,02 |
| ~ 5/6 | 1,05 | 1,00 | 0,95 | 1,09 | 1,08 | 0,97 | 1,09 | 1,02 | 1,01 | 1,12 | 1,05 | 1,05 |
| Moyenne | 1,05 | 1,03 | 1,00 | 1,05 | 1,07 | 0,98 | 1,05 | 1,02 | 1,02 | 1,07 | 1,03 | 1,07 |

Tableau 17

| $z/\ell$ | Valeurs de $F_r/F'_r$ , pour les essais avec : $\alpha = 45°$ | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | DC 14 $e_{or}/h_t$=0,10 | | DC 15 $e_{or}/h_t$=0,25 | | DC 16 $e_{or}/h_t$=0,50 | | DC 1 $e_{or}/h_t$=0,50 | | DC 17 $e_{or}/h_t = 0,70$ | | |
| | N=12000 kg | N=20000 kg | N= 5000 kg | N=10000 kg | N=4000 kg | N= 6500 kg | N= 5500 kg | N= 7500 kg | $z/\ell$ | N= 3000 kg | N= 5500 kg |
| ~ 1/6 | 1,15 | 1,10 | 1,03 | 0,94 | 1,20 | 1,10 | 1,10 | 1,02 | ~ 1/4 | 1,06 | 1,04 |
| ~ 1/3 | 1,06 | 1,02 | 0,96 | 0,94 | 1,03 | 0,99 | 1,02 | 0,99 | 1/2 | 1,00 | 1,00 |
| ~ 1/2 | 1,00 | 1,00 | 1,00 | 1,00 | 1,00 | 1,00 | 1,00 | 1,00 | ~ 3/4 | 1,02 | 1,00 |
| ~ 2/3 | 0,99 | 0,95 | 1,01 | 1,07 | 1,00 | 0,93 | 1,00 | 0,99 | | | |
| ~ 5/6 | 0,93 | 0,87 | 1,03 | 1,04 | 1,03 | 0,95 | 0,99 | 0,82 | | | |
| Moyenne | 1,02 | 0,99 | 1,00 | 1,00 | 1,05 | 0,99 | 1,02 | 0,96 | | 1,02 | 1,01 |

TABLEAU 18

Résultats de $F_r/F'_r$ et leurs moyennes

| Repère | $\frac{e_{or}}{h_t}$ | α (degré) | Moyenne des rapports $F_r/F'_r$ pour $\sim\frac{1}{2} N_{exp}$ | Moyenne des rapports $F_r/F'_r$ pour $\sim\frac{2}{3} N_{exp}$ | Moyenne des rapports $F_r/F'_r$ Juste avant la rupture | Moyenne partielle juste avant la rupture | Pour l'ensemble (*) des valeurs $F_r/F'_r$ Moyenne | Ecart-type | Coefficient de variation |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| DC 10 | 0,10 | 0° | 1,04 | 1,03 | 0,99 | 0,995 | 1,02 | 0,065 | 6,36 % |
| DC 11 | 0,25 | | 1,05 | 1,03 | 0,99 | | | | |
| DC 12 | 0,50 | | 0,94 | 0,99 | 1,00 | | | | |
| DC 13 | 0,70 | | 1,02 | 1,03 | 1,00 | | | | |
| DC 2 | 0,10 | 15° | 1,04 | 1,06 | 1,01 | 0,995 | | | |
| DC 3 | 0,25 | | 1,00 | 1,07 | 0,96 | | | | |
| DC 4 | 0,50 | | 1,05 | 1,03 | 1,00 | | | | |
| DC 5 | 0,70 | | — | 1,03 | 1,01 | | | | |
| DC 6 | 0,10 | 30° | 1,05 | 1,03 | 1,00 | 1,018 | | | |
| DC 7 | 0,25 | | 1,05 | 1,07 | 0,98 | | | | |
| DC 8 | 0,50 | | 1,05 | 1,02 | 1,02 | | | | |
| DC 9 | 0,70 | | 1,07 | 1,03 | 1,07 | | | | |
| DC 14 | 0,10 | 45° | 1,02 | - | 0,99 | 0,980 | | | |
| DC 15 | 0,25 | | 1,00 | - | 1,00 | | | | |
| DC 1 | 0,50 | | - | 1,02 | 0,96 | | | | |
| DC 16 | 0,50 | | - | 1,05 | 0,99 | | | | |
| DC 17 | 0,70 | | 1,02 | - | 1,01 | | | | |
| Moyenne arithmétique | | | 1,029 | 1,035 | 0,999 | | | | |
| Coeff. de variation | | | 3,18 % | 2,06% | 2,45% | | | | |

(*) Calculé sur l'ensemble des 221 valeurs $F_r/F'_r$ données aux tableaux 14 à 17.

TABLEAU 19

Charges de flambement expérimentales, calculées et leurs rapports

| Repère | $\alpha$ (degré) | $\frac{e_{or}}{h_t}$ | $N_{exp}$ (kg) | $N_{cal}$ (kg) | $\frac{N_{exp}}{N_{cal}}$ | Moyenne partielle de $\frac{Nexp}{Ncal}$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| DC 10 | 0 | 0,1 | 20 000 | 19192 | 1,042 | 1,105 |
| DC 2 | 15 | | 18 000 | 16331 | 1,102 | |
| DC 6 | 30 | | 21 000 | 18848 | 1,114 | |
| DC 14 | 45 | | 21 000 | 18054 | 1,163 | |
| DC 11 | 0 | 0,25 | 11 300 | 10898 | 1,037 | 1,088 |
| DC 3 | 15 | | 11 500 | 9908 | 1,161 | |
| DC 7 | 30 | | 12 000 | 11071 | 1,084 | |
| DC 15 | 45 | | 10 500 | 9814 | 1,069 | |
| DC 12 | 0 | 0,50 | 8 000 | 7596 | 1,053 | 1,044 |
| DC 4 | 15 | | 7 500 | 7295 | 1,028 | |
| DC 8 | 30 | | 7 500 | 7170 | 1,046 | |
| DC 1 | 45 | | 7500à8000 | - | - | |
| DC 16 | 45 | | 7 000 | 6672 | 1,049 | |
| DC 13 | 0 | 0,70 | 6 000 | 5989 | 1,002 | 1,066 |
| DC 5 | 15 | | 5 800 | 5692 | 1,019 | |
| DC 9 | 30 | | 6 500 | 5583 | 1,164 | |
| DC 17 | 45 | | 5 600 | 5198 | 1,078 | |

Moyenne : 1,076

Ecart-type : 0,052

Coefficient de variation : 4,83%

TABLEAU 20

Flèche maximale calculée à la rupture

| Repère | $\alpha$ (degré) | $\frac{e_{or}}{h_t}$ | $F_{mr}$ (exp) (1) (cm) | $F_{mr}$ (cal) (2) (cm) | $\frac{F_{mr}\ (exp)}{F_{mr}\ (cal)}$ |
|---|---|---|---|---|---|
| DC 10 | 0° | 0,1 | 1,75 | 1,78 | 0,983 |
| DC 2 | 15° | | 1,60 | 2,00 | 0,800 |
| DC 6 | 30° | | 1,90 | 1,81 | 1,050 |
| DC 14 | 45° | | 1,80 | 1,69 | 1,065 |
| DC 11 | 0° | 0,25 | 4,25 | 4,18 | 1,017 |
| DC 3 | 15° | | 3,40 | 4,23 | 0,804 |
| DC 7 | 30° | | 2,20 | 3,40 | 0,647 |
| DC 15 | 45° | | 3,05 | 4,49 | 0,679 |
| DC 12 | 0° | 0,50 | 5,60 | 5,91 | 0,947 |
| DC 4 | 15° | | 5,45 | 5,14 | 1,060 |
| DC 8 | 30° | | 4,85 | 4,89 | 0,992 |
| DC 1 | 45° | | 4,35 | - | - |
| DC 16 | 45° | | 4,25 | 4,71 | 0,902 |
| DC 13 | 0° | 0,70 | 5,27 | 5,75 | 0,917 |
| DC 5 | 15° | | 5,20 | 4,96 | 1,048 |
| DC 9 | 30° | | 4,45 | 4,82 | 0,923 |
| DC 17 | 45° | | 4,88 | 4,62 | 1,056 |
| | | | | Moyenne : | 0,931 |
| | | | | Ecart-type : | 0,134 |
| | | | | Coefficient de variation : | 14,43 % |

(1) - Mesurée à l'étape de chargement précédant la rupture

(2) - Calculée à la rupture

TABLEAU 21

ESSAIS DE DRYSDALE ET HUGGINS

| Poteaux de 12,7 x 12,7 cm de section et de 396 cm de longueur | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Repère | $\alpha$ (degré) | $\frac{e_{or}}{h_t}$ | $\sigma'_j$ kg/cm$^2$ | $N_{exp}$ (kg) | $N_{cal}$ (kg) | $\frac{N_{exp}}{N_{cal}}$ |
| A-1-C | | | 273,5 | 17052 | 16247 | 1,050 |
| A-1-D | | | 273 | 18277 | 16219 | 1,127 |
| A-2-A | | | 271 | 17868 | 16162 | 1,106 |
| A-2-B | | | 271 | 18141 | 16162 | 1,122 |
| A-3-C | 45° | 0,2 | 282,6 | 17460 | 16502 | 1,058 |
| A-3-D | | | 282,6 | 17052 | 16502 | 1,033 |
| B-1-C | | | 246,8 | 15420 | 15482 | 0,996 |
| B-1-D | | | 246,8 | 15600 | 15482 | 1,008 |
| B-2-C | | | 258 | 17100 | 15794 | 1,083 |
| B-2-D | | | 258 | 17100 | 15794 | 1,083 |
| D-1-A | | | 309,32 | 17640 | 17683 | 0,998 |
| D-1-B | 0° | 0,2 | 309,32 | 17510 | 17683 | 0,990 |
| D-2-C | | | 297,4 | 18005 | 17343 | 1,038 |
| D-2-D | | | 297,4 | 18368 | 17343 | 1,059 |

Moyenne = 1,054

Ecart type = 0,046

Coeff.de variation = 4,39 %

TABLEAU **22**

Essais de DRYSDALE ET HUGGINS

| Poteaux de 12,7 Cm x 12,7 Cm de section et de 396 cm de longueur | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Repère | $\alpha$ (degré) | $\frac{e_{or}}{h_t}$ | $\sigma'_j$ (kg/cm$^2$) | $N_{exp}$ (kg) | $N_{cal}$ (kg) | $\frac{N_{exp}}{N_{cal}}$ |
| F-1-A | 22,5° | 0,1 | 290,4 | 26621 | 23890 | 1,114 |
| F-1-B | | | 290,4 | 25261 | 23890 | 1,057 |
| F-2-A | | | 296 | 25850 | 24210 | 1,068 |
| F-2-B | | | 296 | 25850 | 24210 | 1,068 |
| C-2-A | 22,5° | 0,2 | 272 | 17914 | 16383 | 1,093 |
| C-2-B | | | 272 | 17778 | 16383 | 1,085 |
| C-3-A | | | 290 | 18886 | 16891 | 1,117 |
| C-3-B | | | 290 | 18005 | 16891 | 1,066 |
| E-1-C | 22,5° | 0,3 | 273,5 | 14785 | 13654 | 1,083 |
| E-1-B | | | 273,5 | 15238 | 13654 | 1,116 |
| E-2-A | | | 309,3 | 15284 | 14302 | 1,069 |
| E-2-B | | | 309,3 | 15148 | 14302 | 1,059 |

Moyenne : 1,083

Ecart-type : 0,022

Coefficient de variation : 2 %

Tableau N° 23

Caractéristiques géométriques et mécaniques des poteaux essayés par K. GAEDE

| Poteaux de 12,4 Cm x 12,4 Cm de section | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Essai N° | $e_{or}/h_t$ | $\ell$ (cm) | $\lambda$ | $\omega'_\ell$ % | j (Jours) | $\sigma'_j$ Kg/Cm$^2$ | $\sigma_e$ Kg/Cm$^2$ |
| III.1 | 2/10 | 358 | 100 | 1,00 | 20 | 247 | 3 019 |
| III.2 | 2/10 | " | " | " | 28 | " | " |
| IV.1 | 5/10 | " | " | " | 27 | 269 | " |
| V.1 | 2/10 | 340 | 95 | " | 42 | 250 | " |
| V.2 | 2/10 | " | " | " | 58 | 249 | " |
| V.3 | 2/10 | " | " | " | 51 | 253 | " |
| VI.1 | 5/10 | " | " | " | 47 | 250 | " |
| VI.2 | 5/10 | " | " | " | 43 | 240 | " |
| VI.3 | 5/10 | " | " | " | 31 | 272 | " |
| VI.4 | 5/10 | " | " | " | 77 | 176 | " |
| VI.5 | 5/10 | " | " | " | 103 | 210 | " |

**Tableau 24 - Essais de K. GAEDE, charges de flambement expérimentales et calculées**

| Poteaux de 12,4 Cm x 12,4 cm de section | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Repère | $N_{exp}$ (Kg) | $N_{cal.}$ (Kg) | $\frac{N_{exp}}{N_{cal}}$ | Flèche à mi-longueur (cm) $F_{mr\ exp.}$ (1) | $F_{mr\ Cal.}$ (2) | $\frac{F_{mr(exp)}}{F_{mr\ (cal)}}$ |
| III,1 | 9180 | 10559 | 0,869 | 3,00 | 2,18 | 1,376 |
| III,2 | 10710 | 10559 | 1,014 | 2,90 | 2,18 | 1,330 |
| IV,1 | 4814 | 4676 | 1,030 | 3,70 | 2,45 | 1,510 |
| V,1 | 10710 | 11416 | 0,938 | 2,20 | 2,09 | 1,053 |
| V,2 | 11424 | 11384 | 1,004 | 2,50 | 2,09 | 1,196 |
| V,3 | 11220 | 11510 | 0,975 | 3,10 | 2,08 | 1,490 |
| VI,1 | 5182 | 4759 | 1,089 | 3,50 | 2,25 | 1,556 |
| VI,2 | 5100 | 4685 | 1,089 | 3,00 | 2,25 | 1,333 |
| VI,3 | 6528 | 4919 | 1,327 | 3,30 | 2,21 | 1,493 |
| VI,4 | 4916 | 4165 | 1,180 | 4,00 | 2,38 | 1,674 |
| VI,5 | 4896 | 4451 | 1,100 | 4,00 | 2,31 | 1,732 |
| | Moyenne = | | 1,056 | Moyenne = | | 1,431 |
| | Ecart type = | | 0,124 | Ecart type = | | 0,20 |
| | Coeff de variation = | | 11,73% | Coef. var. = | | 13,97% |

(1) - Mesurée à l'étape de chargement précédant la rupture.

(2) - Calculée à la rupture.

Tableau 25 - Essais de L.N. RAMAMURTHY

| Série | A | B | C | R |
|---|---|---|---|---|
| $h_t$ | 20,32 Cm | | 15,24 Cm | |
| $\lambda$ | 36,4 | | 37 | |
| $\omega'_\ell$ | 2,45 | 3,83 | 4,35 | 2,44 |
| $\sigma_e$ Kg/Cm$^2$ | 2976 | 3289 | 2812 | |
| $d/h_t$ | 0,125 | | 0,150 | 0,125 |

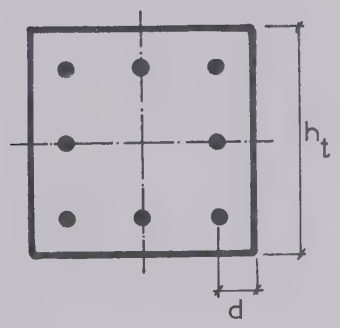


TABLEAU 26

ESSAIS DE RAMAMURTHY, SERIE "A"

| Poteaux de 20,32 x 20,32 $cm^2$ de section et de 214 cm de longueur | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Repère | $\sigma'_j$ ($Kg/cm^2$) | $\alpha$ (degré) | $e_{or}$ (cm) | $N_{exp}$ (kg) | $N_{cal}$ (kg) | $\frac{N_{exp}}{N_{cal}}$ |
| A 1 | 441 | 15° | 9,144 | 57 596 | 52 804 | 1,091 |
| A 2 | 486 | " | 13,152 | 40 363 | 32 984 | 1,224 |
| A 3 | 467 | " | " | 38 549 | 32 597 | 1,183 |
| A 4 | 405 | " | 15,779 | 28 912 | 24 182 | 1,195 |
| A 5 | 361 | " | 18,407 | 24 036 | 19 069 | 1,260 |
| A 6 | 341 | 14,5 | 20,945 | 17 528 | 16 081 | 1,091 |
| A 7 | 377 | 11,3 | 25,908 | 14 966 | 12 670 | 1,181 |
| A 8 | 270 | 20 | 8,108 | 48 526 | 44 902 | 1,081 |
| A 9 | 391 | " | 18,220 | 28 571 | 23 043 | 1,240 |
| A 10 | 469 | 30 | 10,264 | 47 166 | 45 311 | 1,041 |
| A 11 | 486 | " | 14,666 | 26 984 | 28 532 | 0,955 |
| A 12 | 420 | " | 20,530 | 17 347 | 17 395 | 0,997 |
| A 13 | 177 | 33,7 | 18,316 | 16 780 | 15 277 | 1,098 |
| A 14 | 251 | 26,57 | 22,720 | 16 327 | 13 352 | 1,223 |
| A 15 | 201 | 45 | 12,700 | 27 210 | 23 458 | 1,160 |

TABLEAU 27

ESSAIS DE RAMAMURTHY, SERIE "B"

| Poteaux de 20,32 x 20,32 $cm^2$ de section et de 214 cm de longueur | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Repère | $\sigma'_j$ ($Kg/cm^2$) | $\alpha$ (degré) | $e_{or}$ (cm) | $N_{exp}$ (kg) | $N_{cal}$ (kg) | $\frac{N_{exp}}{N_{cal}}$ |
| B 1 | 275 | 15 | 8,128 | 64 127 | 58 847 | 1,093 |
| B 2 | 242 | 22,5 | 5,080 | 78 685 | 73 887 | 1,065 |
| B 3 | 315 | 30 | 10,16 | 54 422 | 48 781 | 1,116 |
| B 4 | 300 | " | 12,70 | 40 363 | 38 243 | 1,055 |
| B 5 | 184 | 45 | 5,08 | 60 998 | 62 041 | 0,983 |
| B 6 | 259 | " | 9,144 | 51 020 | 47 971 | 1,063 |
| B 7 | 277 | " | 10,16 | 52 608 | 45 322 | 1,161 |
| B 8 | 321 | " | 14,366 | 37 698 | 33 824 | 1,115 |

TABLEAU 28

ESSAIS DE RAMAMURTHY, SERIE C et R

| Repère | $\sigma'_j$ (Kg/cm$^2$) | $\alpha$ (degré) | $e_{or}$ (cm) | $N_{exp}$ (kg) | $N_{cal}$ (kg) | $\frac{N_{exp}}{N_{cal}}$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Poteaux de 15,24 x 15,24 cm$^2$ de section et de 183cm de longueur | | | | | | |
| C 1 (a) | 349 | 15° | 3,810 | 58 050 | 51 127 | 1,135 |
| C 2 (a) | 408 | " | 4,572 | 49 890 | 50 420 | 0,989 |
| C 3 | 272 | 30 | 3,81 | 46 939 | 43 052 | 1,090 |
| C 4 | 227 | " | 4,572 | 38 549 | 34 436 | 1,119 |
| C 5 | 233 | 45 | 3,048 | 51 587 | 43 555 | 1,184 |
| C 6 | 292 | " | 6,096 | 35 714 | 30 477 | 1,172 |
| R 138 | 219 | 45 | 10,775 | 14 104 | 11 277 | 1,251 |
| R 238 | 292 | " | " | 16 327 | 12 623 | 1,293 |
| R 338 | 306 | 33,7 | 13,72 | 12 109 | 9 766 | 1,240 |

Séries A, B, C et R :

Moyenne des rapports $N_{exp}/N_{cal}$ = 1,129

Ecart type = 0,0876

Coefficient de variation = 7,75 %

TABLEAU 29

INFLUENCE DE L'EXCENTRICITE INITIALE

| Caractéristiques communes | Valeurs de $N_u / B\sigma'_j$ | | | | V |
|---|---|---|---|---|---|
| | $e_{or}/h_t$ \ $\alpha$ | 0 | 15° | 30° | 45° | % |
| $\ell/h_t = 30$ | 0,1 | 0,497 | 0,491 | 0,480 | 0,471 | - 5,2 |
| $\omega'_\ell = 2\ \%$ | 0,2 | 0,329 | 0,327 | 0,323 | 0,319 | - 3,0 |
| $\sigma'_j = 300 kg/cm^2$ | 0,3 | 0,260 | 0,257 | 0,254 | 0,252 | - 2,9 |
| $\sigma_e = 4500 kg/cm^2$ | 0,5 | 0,194 | 0,186 | 0,181 | 0,180 | - 7,2 |
| | 0,7 | 0,151 | 0,142 | 0,134 | 0,1365 | - 9,6 |
| | 1,00 | 0,111 | 0,106 | 0,100 | 0,099 | -11,5 |

TABLEAU 30

INFLUENCE DU POURCENTAGE D'ACIER

| Caractéristiques communes | Valeurs de $N_u / B\sigma'_j$ | | | | V |
|---|---|---|---|---|---|
| | $\omega'_\ell \frac{\sigma_e}{\sigma'_j}$ \ $\alpha$ | 0 | 15° | 30° | 45° | % |
| $e_{or}/h_t = 1$ | 0,1 | 0,0370 | 0,0359 | 0,0352 | 0,0351 | - 5,3 |
| $\ell/h_t = 50$ | 0,9 | 0,170 | 0,161 | 0,155 | 0,153 | - 9,9 |
| $\sigma'_j = 200\ kg/cm^2$ | | | | | | |

TABLEAU 31

INFLUENCE DE LA RESISTANCE DU BETON

| Caractéristiques communes | Valeurs de $N_u / B\sigma'_j$ | | | | V |
|---|---|---|---|---|---|
| | $\sigma'_j$ ($kg/cm^2$) \ $\alpha$ | 0 | 15° | 30° | 45° | % |
| $e_{or}/h_t = 0,2$ | 200 | 0,400 | 0,397 | 0,392 | 0,386 | - 3,4 |
| $\ell/h_t = 30$ | 300 | 0,329 | 0,327 | 0,323 | 0,319 | - 3,0 |
| $\omega'_\ell = 2\ \%$ | 400 | 0,293 | 0,291 | 0,288 | 0,285 | - 2,7 |
| $\sigma_e = 4500 kg/cm^2$ | | | | | | |

TABLEAU 32

INFLUENCE DE L'ELANCEMENT

| Caractéristiques communes | Valeurs de $N_u / B\sigma'_j$ | | | | V |
|---|---|---|---|---|---|
| | $\ell/h_t$ \ $\alpha$ | 0 | 15° | 30° | 45° | % |
| $\omega'_\ell$ = 2 % | | | | | | |
| $\sigma_e$ = 4500 kg/cm$^2$ | 10 | 0,737 | 0,720 | 0,700 | 0,685 | - 7,1 |
| $\sigma'_j$ = 300 kg/cm$^2$ | 30 | 0,329 | 0,327 | 0,323 | 0,319 | - 3 |
| $e_{or}/h_t$ = 0,2 | 50 | 0,136 | 0,137 | 0,138 | 0,139 | + 2 |

TABLEAU 33

CAS EXTREMES POUR V

| Valeurs de $N_u / B\sigma'_j$ | | | | | V |
|---|---|---|---|---|---|
| cas \ $\alpha$ | 0 | 15° | 30° | 45° | % |
| cas 1<br>$\ell/h_t$ = 10<br>$e_{or}/h_t$ = 1<br>$\omega'_\ell$ = 4 %<br>$\sigma_e$ = 5000 kg/cm$^2$<br>$\sigma'_j$ = 200 kg/cm$^2$ | 0,450 | 0,424 | 0,366 | 0,352 | - 22 |
| cas 2<br>$\ell/h_t$ = 50<br>$e_{or}/h_t$ = 0,3<br>$\omega'_\ell$ = 1 %<br>$\sigma_e$ = 2000 kg/cm$^2$<br>$\sigma'_j$ = 400 kg/cm$^2$ | 0,0566 | 0,0583 | 0,0620 | 0,0640 | + 13 |

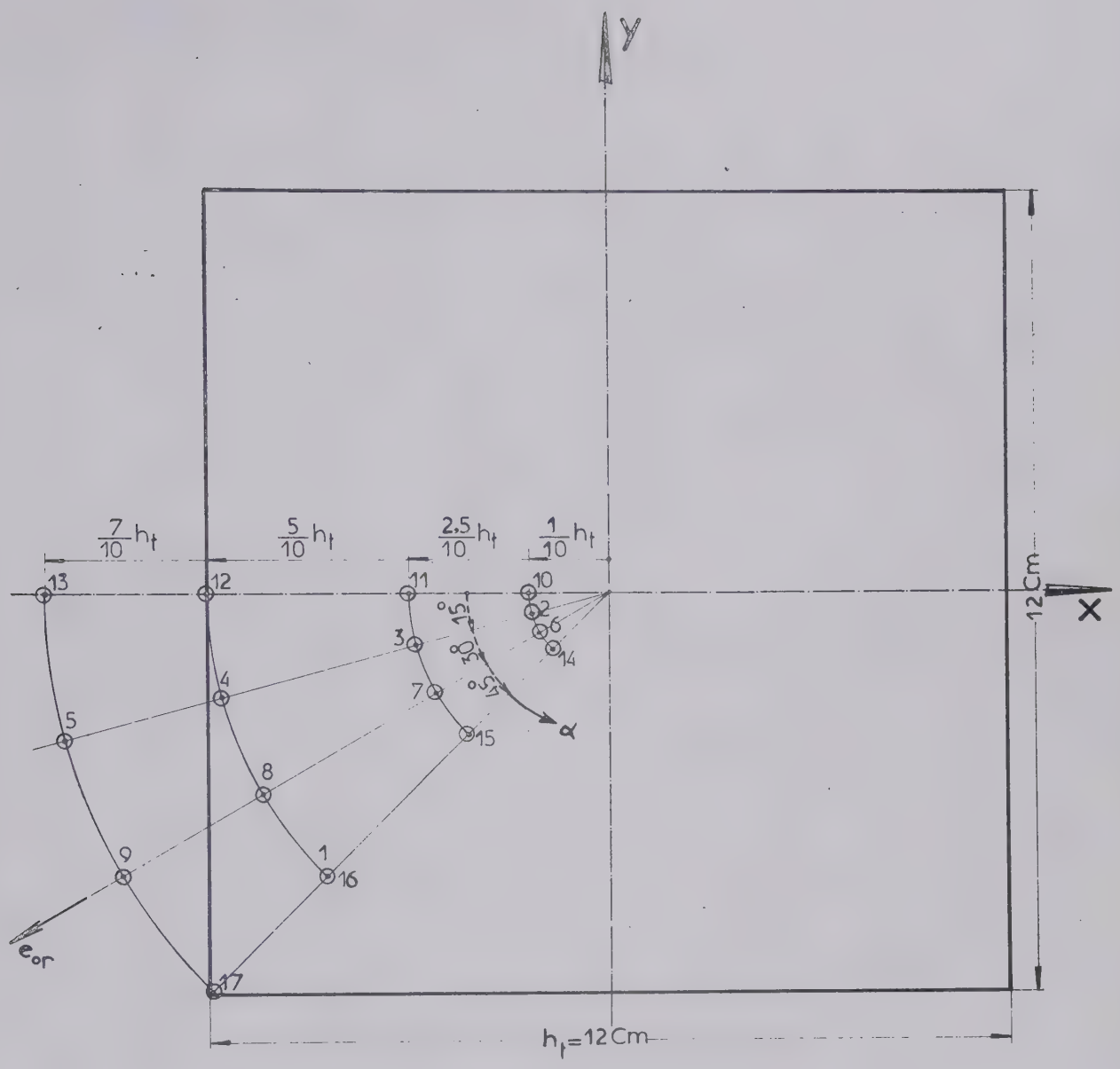
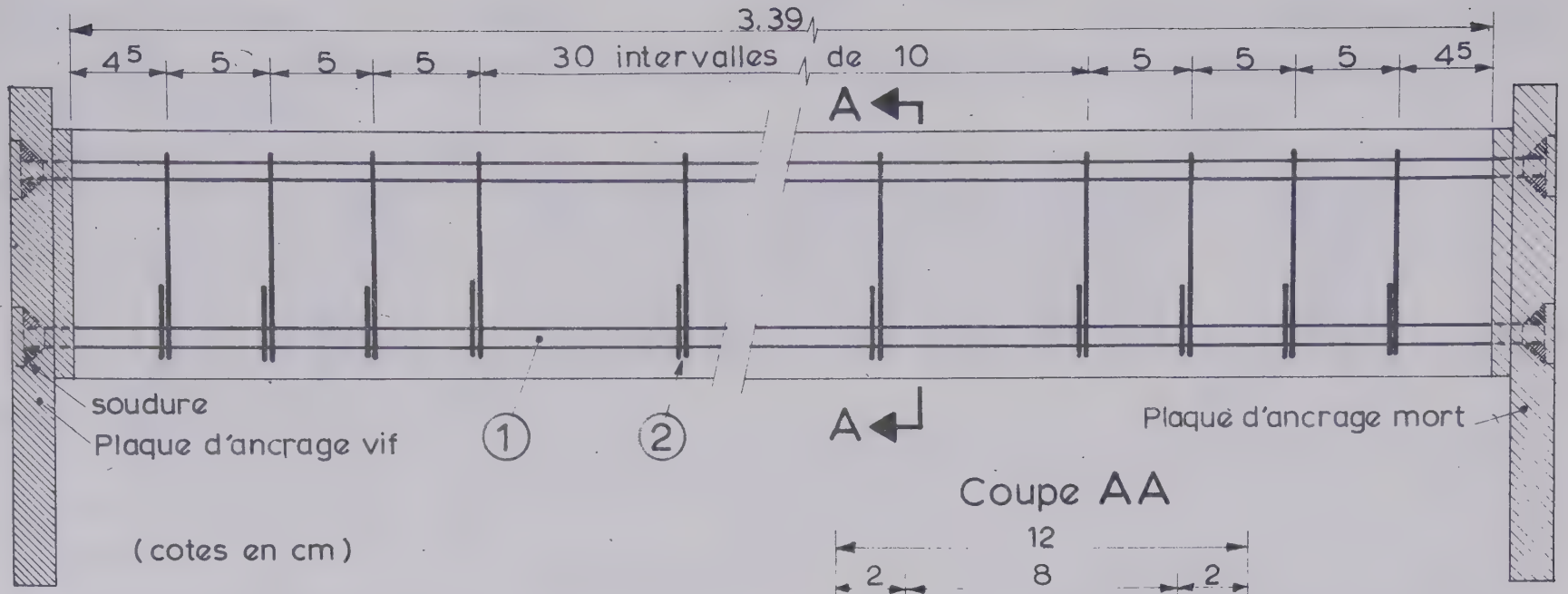


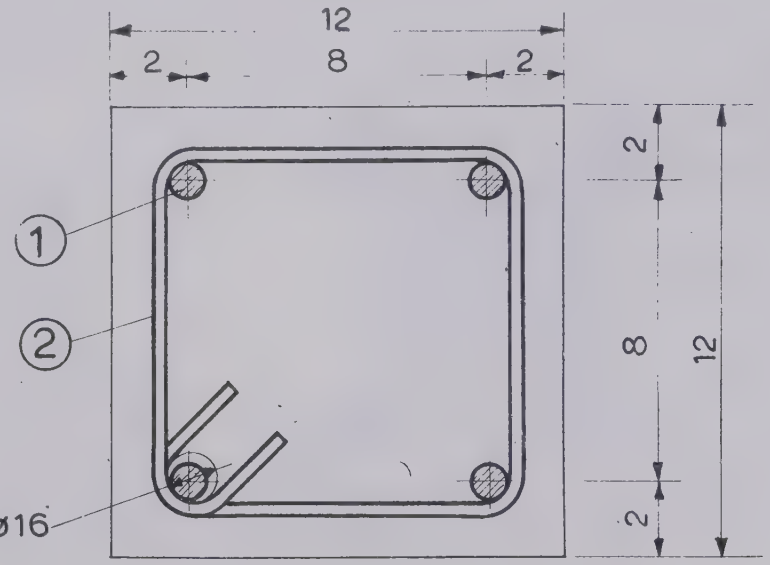

FIGURE 1 - POINTS D'APPLICATION DE LA CHARGE, DEFINIS PAR $\alpha$ et $e_{or}$ et NUMEROS D'ORDRE DES ESSAIS.

# ELEVATION




(cotes en cm)

## Coupe AA




| REP. | NATURE | NOMBRE | Longueur dével. |
|---|---|---|---|
| 2 | Tréfilé 3.4 | 37 | 44 |
| 1 | HBA 10 | 4 | 3.45 |

FIGURE 2 - FERRAILLAGE

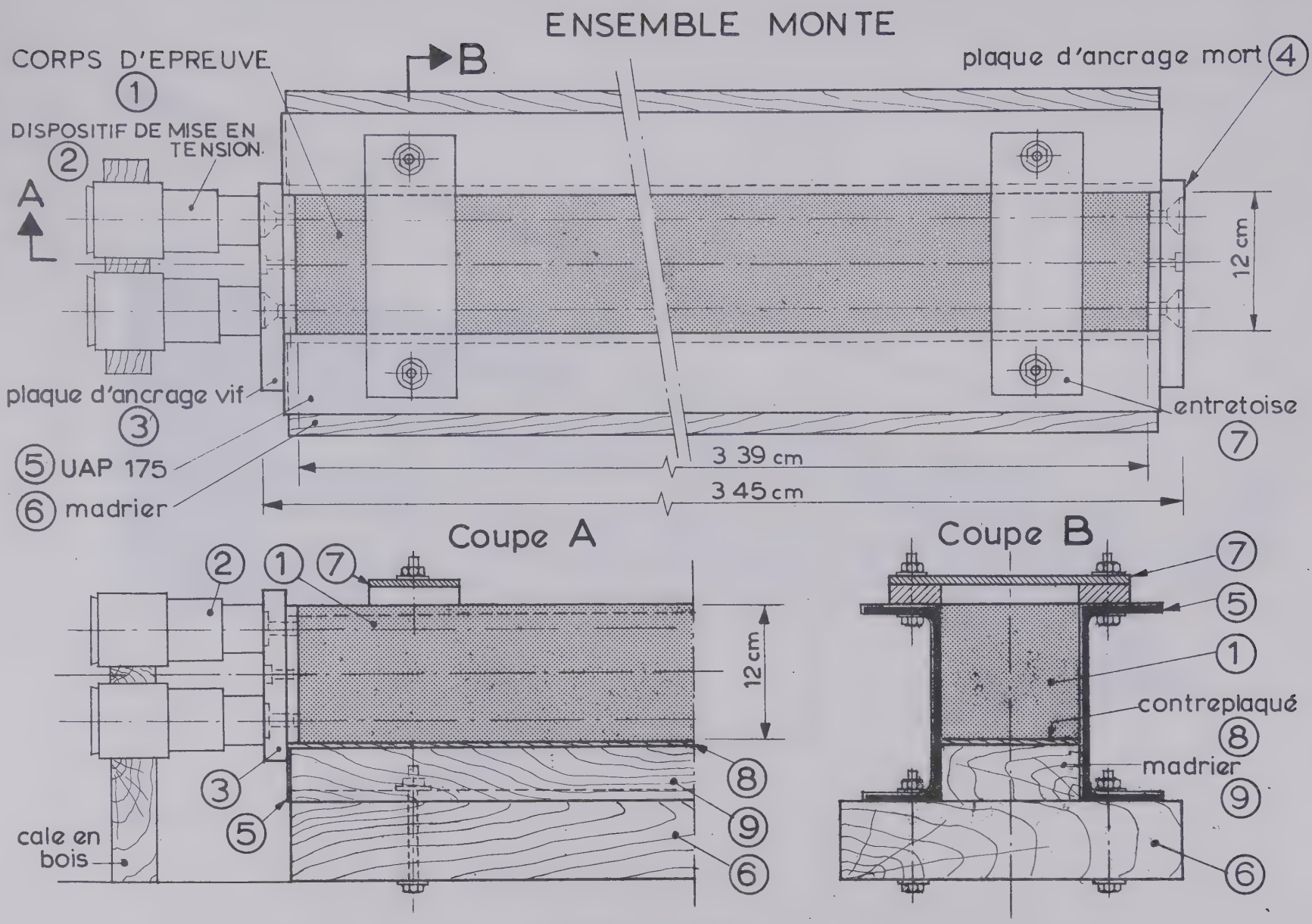



FIGURE 3 - COFFRAGE

FIGURE 4 - DISPOSITIF DE MISE EN [illegible]ISION DES ACIERS.

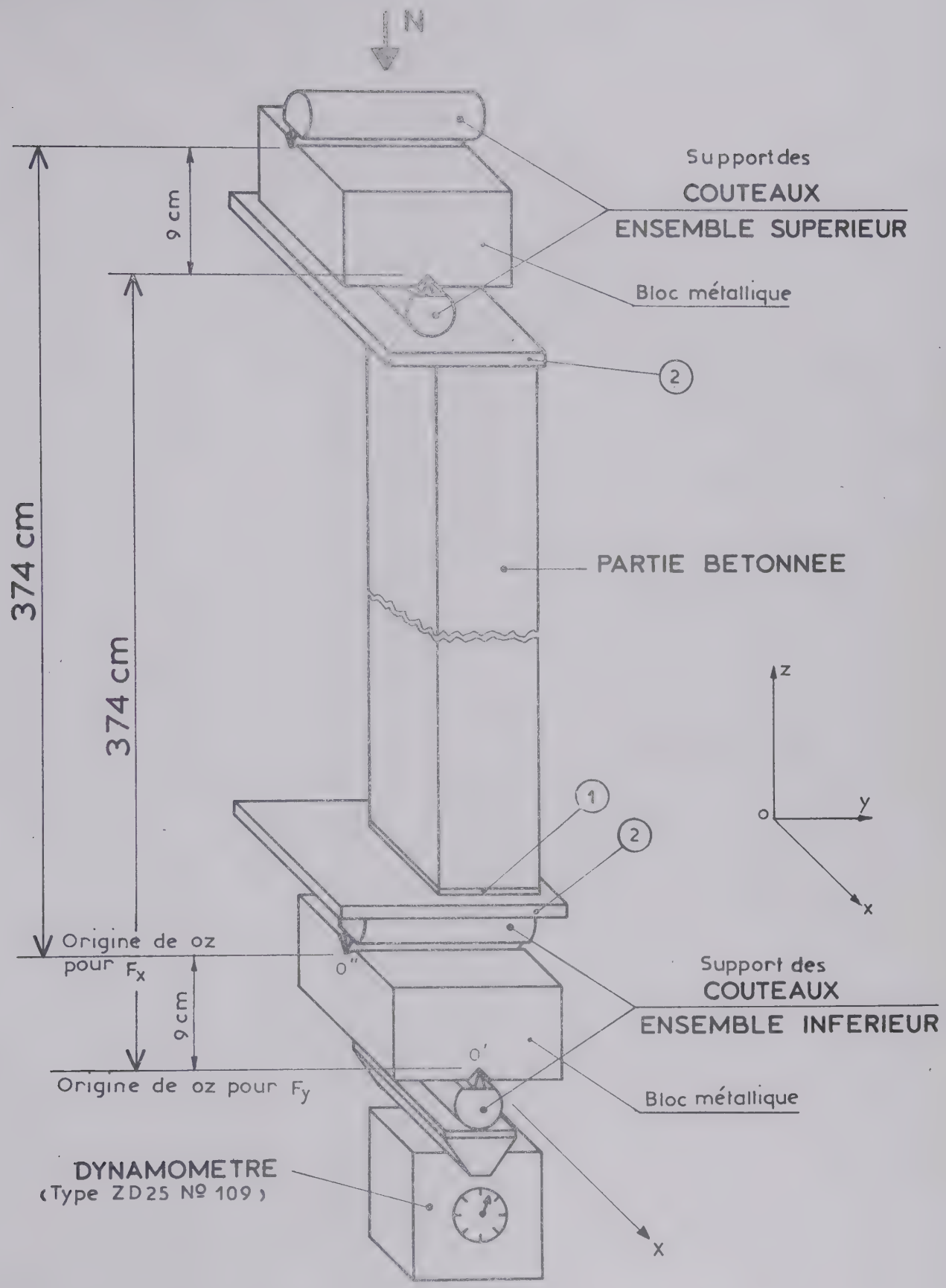



FIGURE 5 - SCHEMA DES ARTICULATIONS DES EXTREMITES.

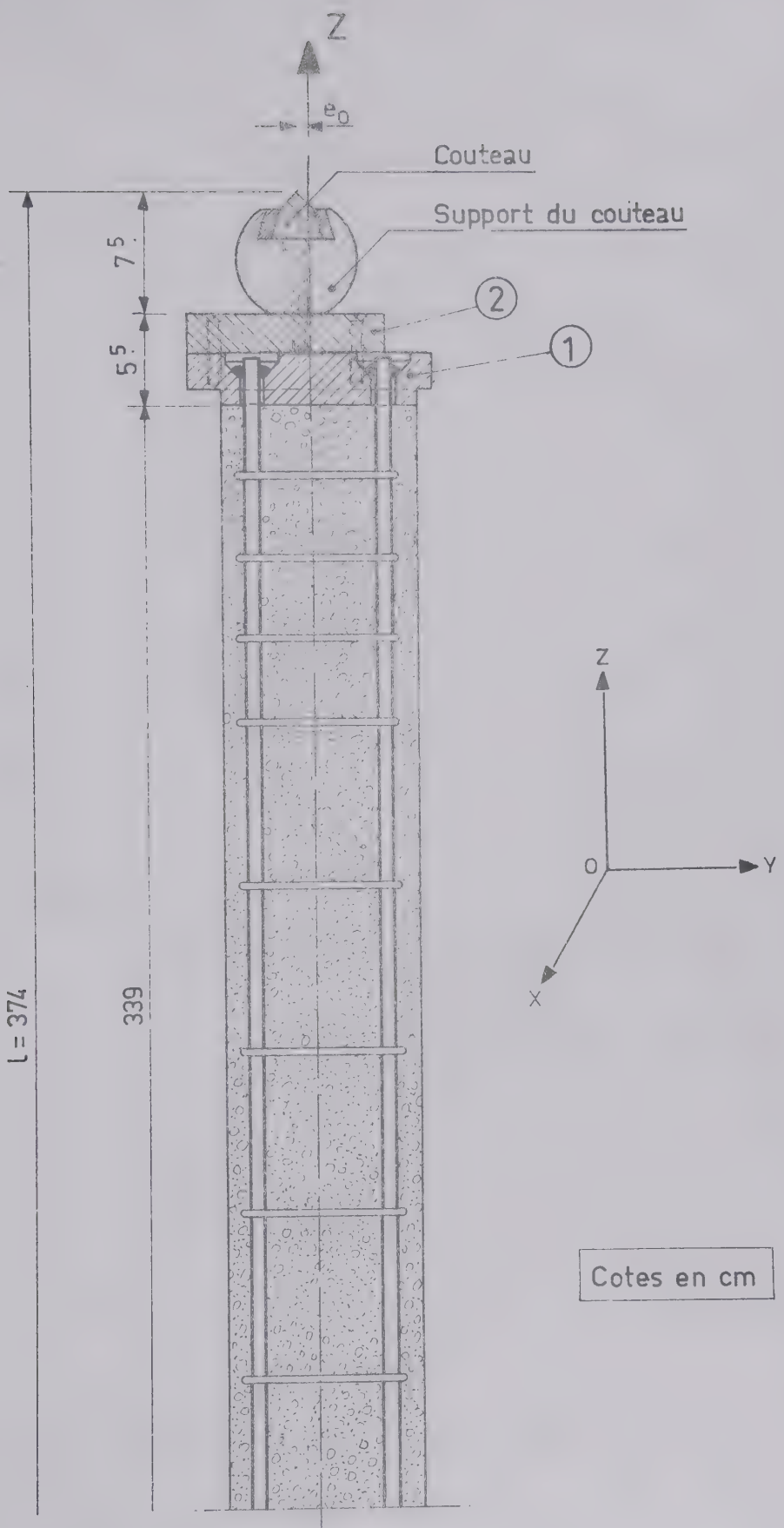



FIGURE 6 - TETE SUPERIEURE D'UN POTEAU

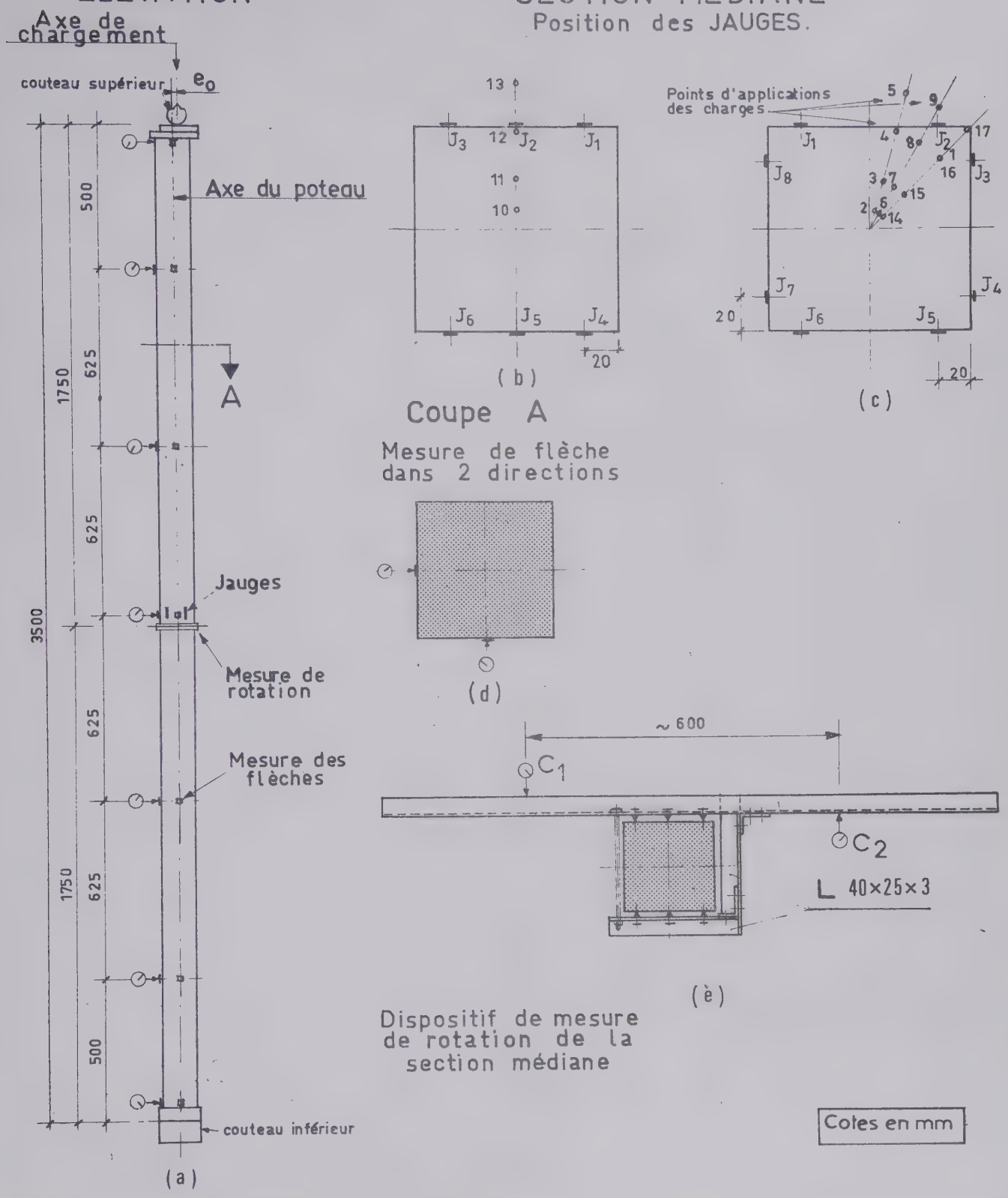



FIGURE 7 - POSITIONS DES POINTS DE MESURE

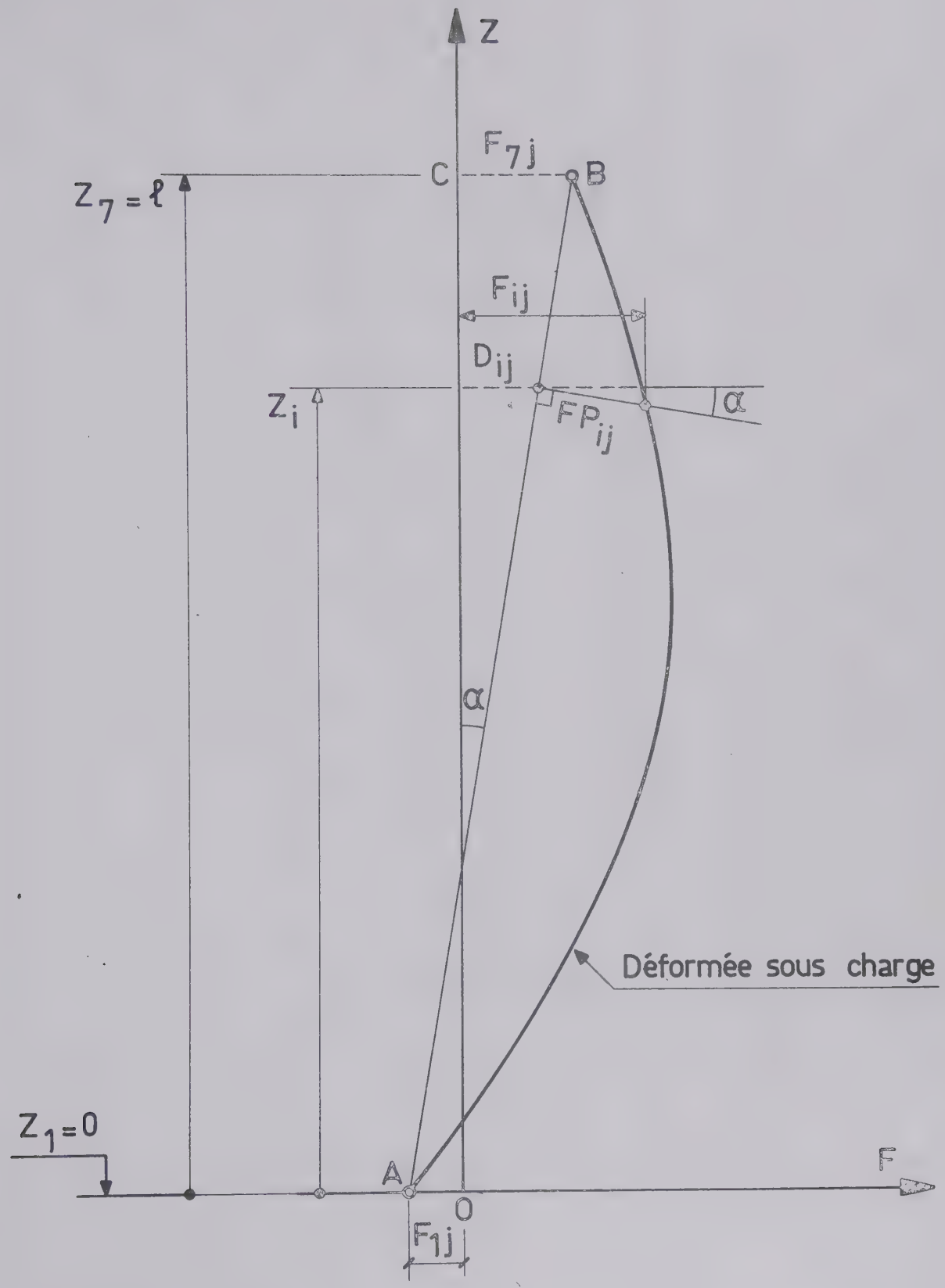



FIGURE 8 - SCHEMA EXPLICATIF POUR LE CALCUL DES FLECHES CORRIGEES.

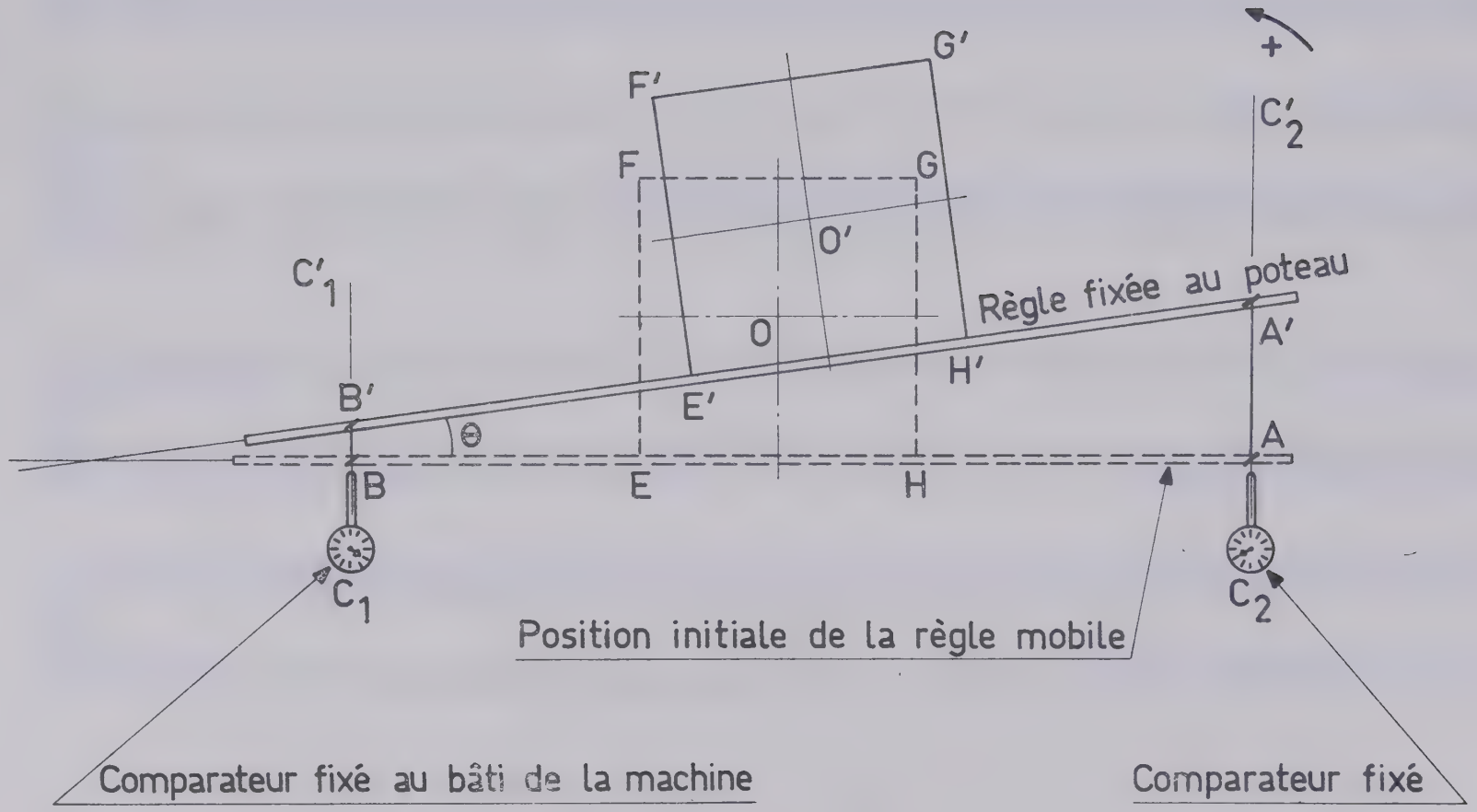
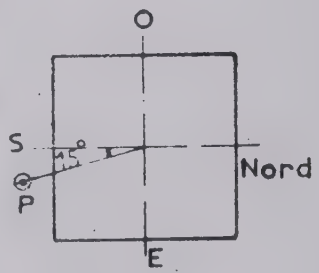



FIGURE 9 - SCHEMA EXPLICATIF POUR LE CALCUL DE LA ROTATION..




DC5

$e_{or} = \frac{7}{10} h_t$

$N_{exp} = 5800 kg$

FIGURE 10 : Aspect du poteau après la rupture - Essai DC5

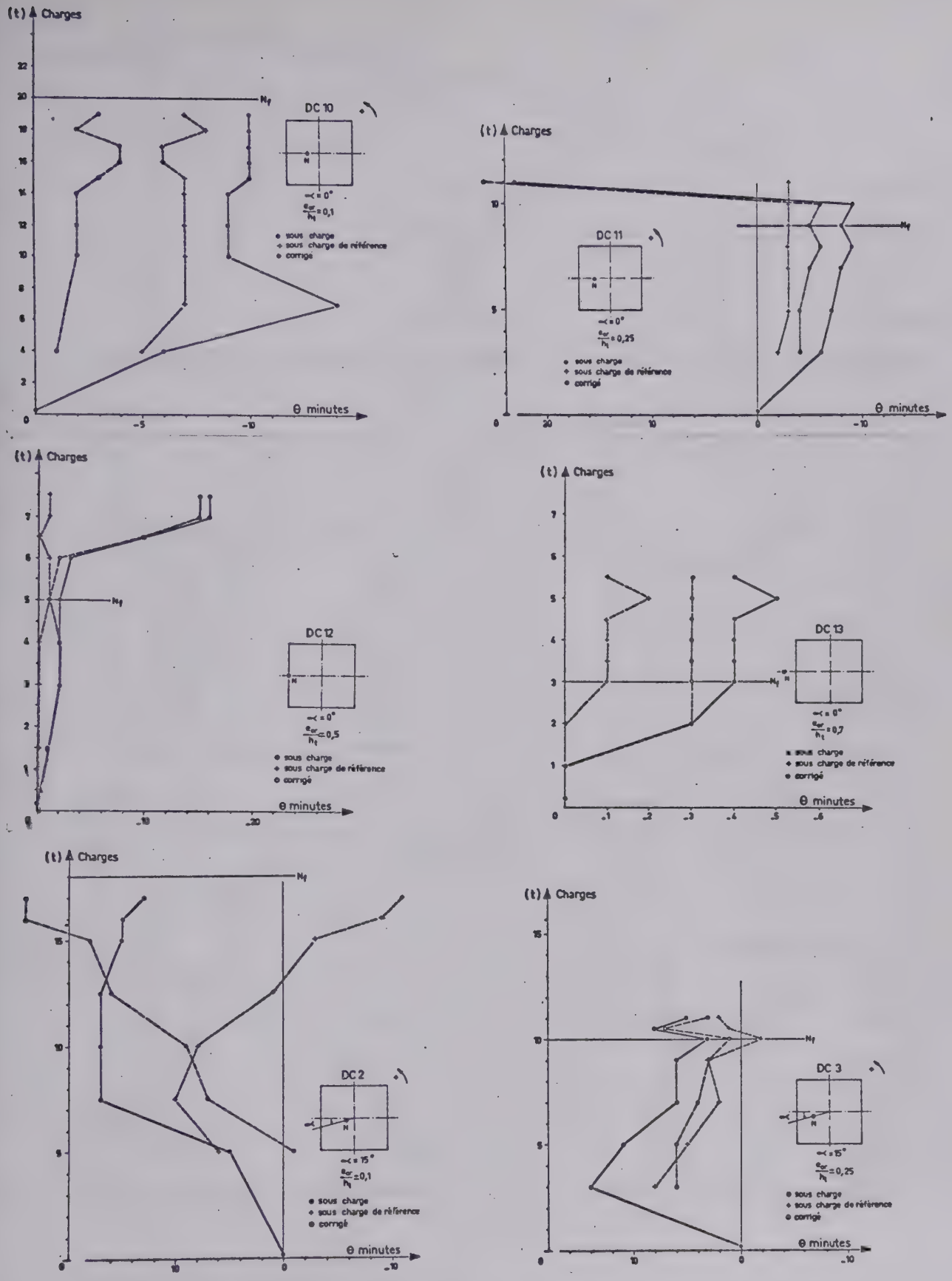



FIGURE 11 - Rotation de la section médiane en fonction de la charge appliquée.

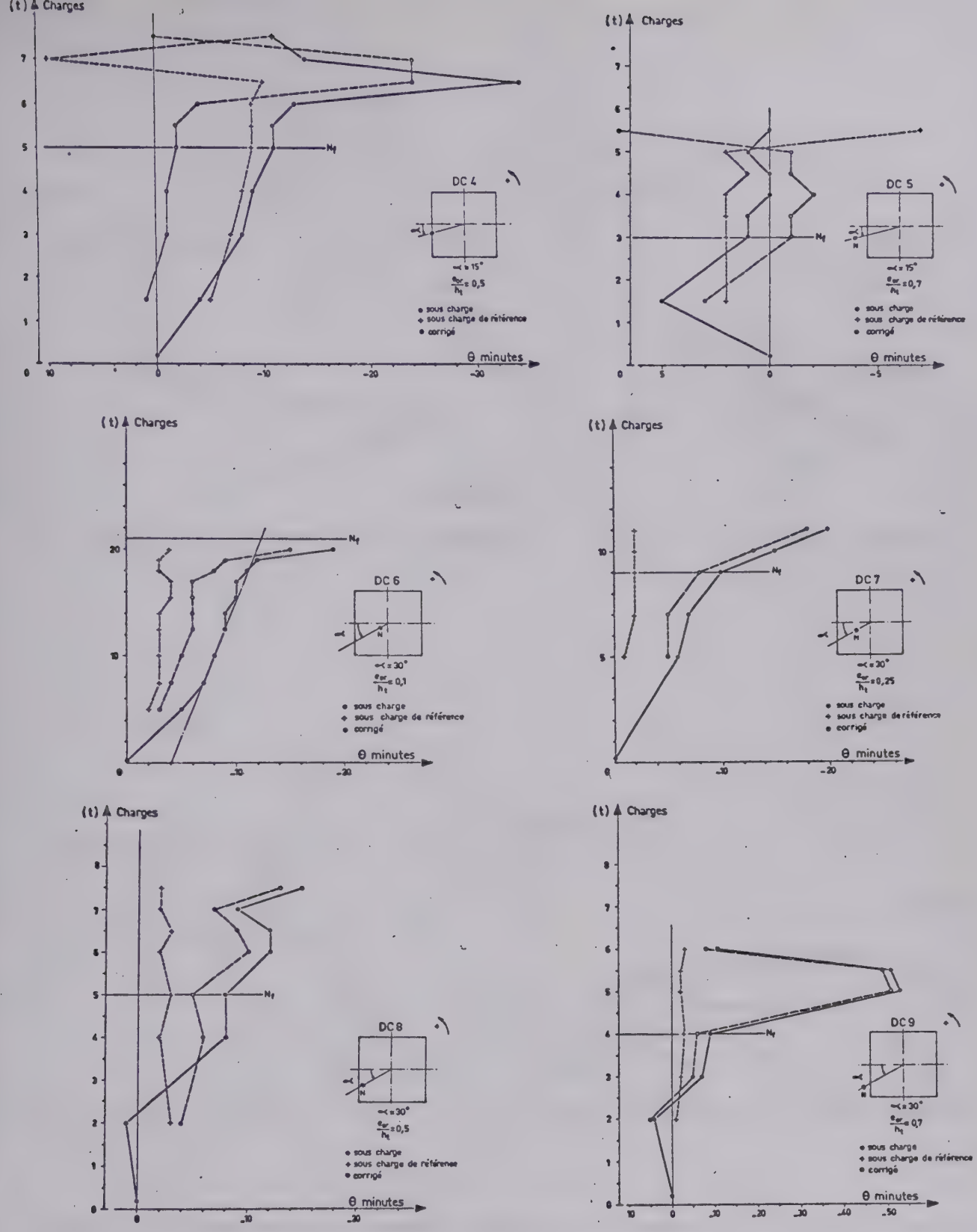



FIGURE 12 - Rotation de la section médiane en fonction de la charge appliquée.

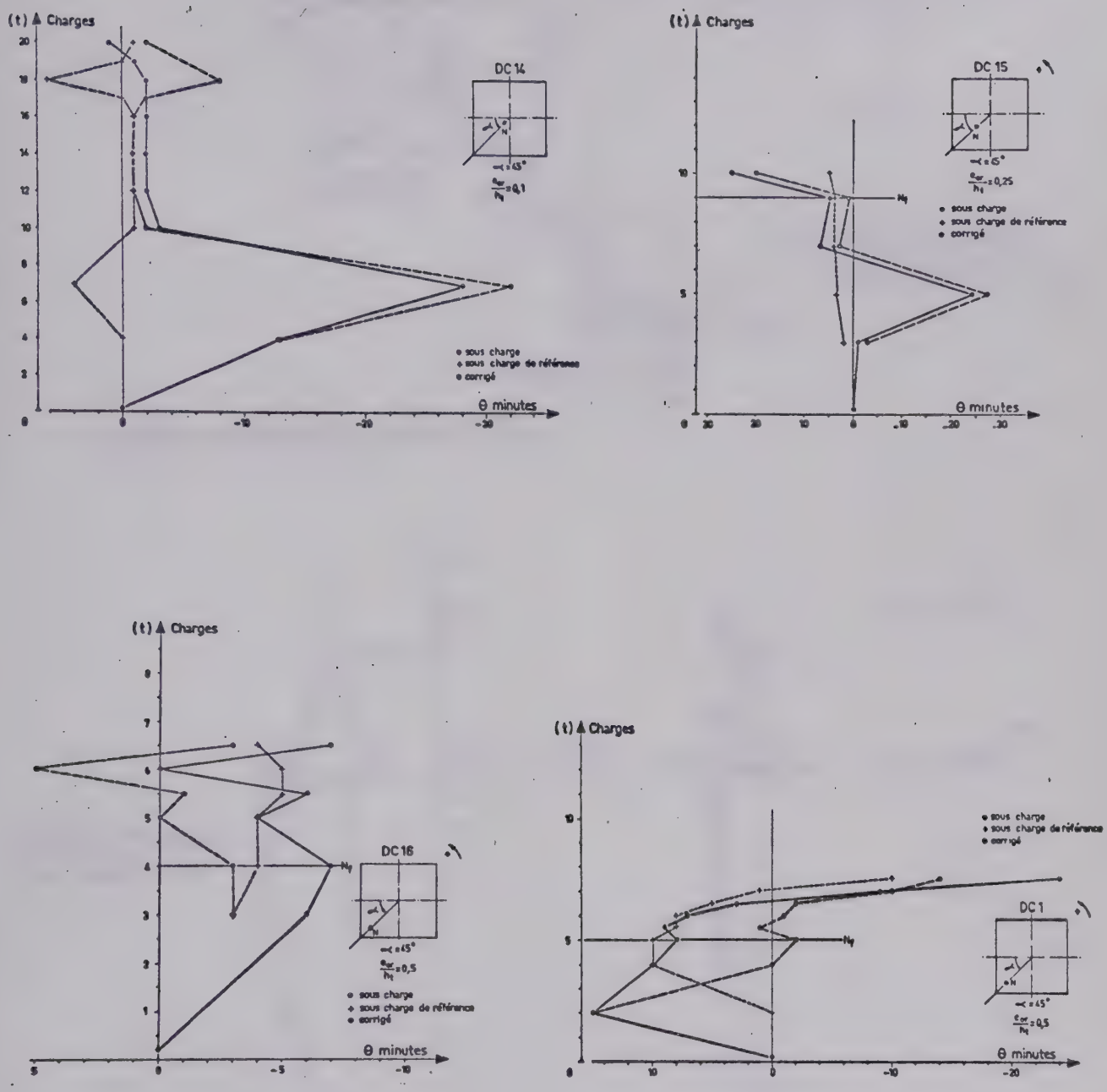



FIGURE 13 - Rotation de la section médiane en fonction de la charge appliquée.

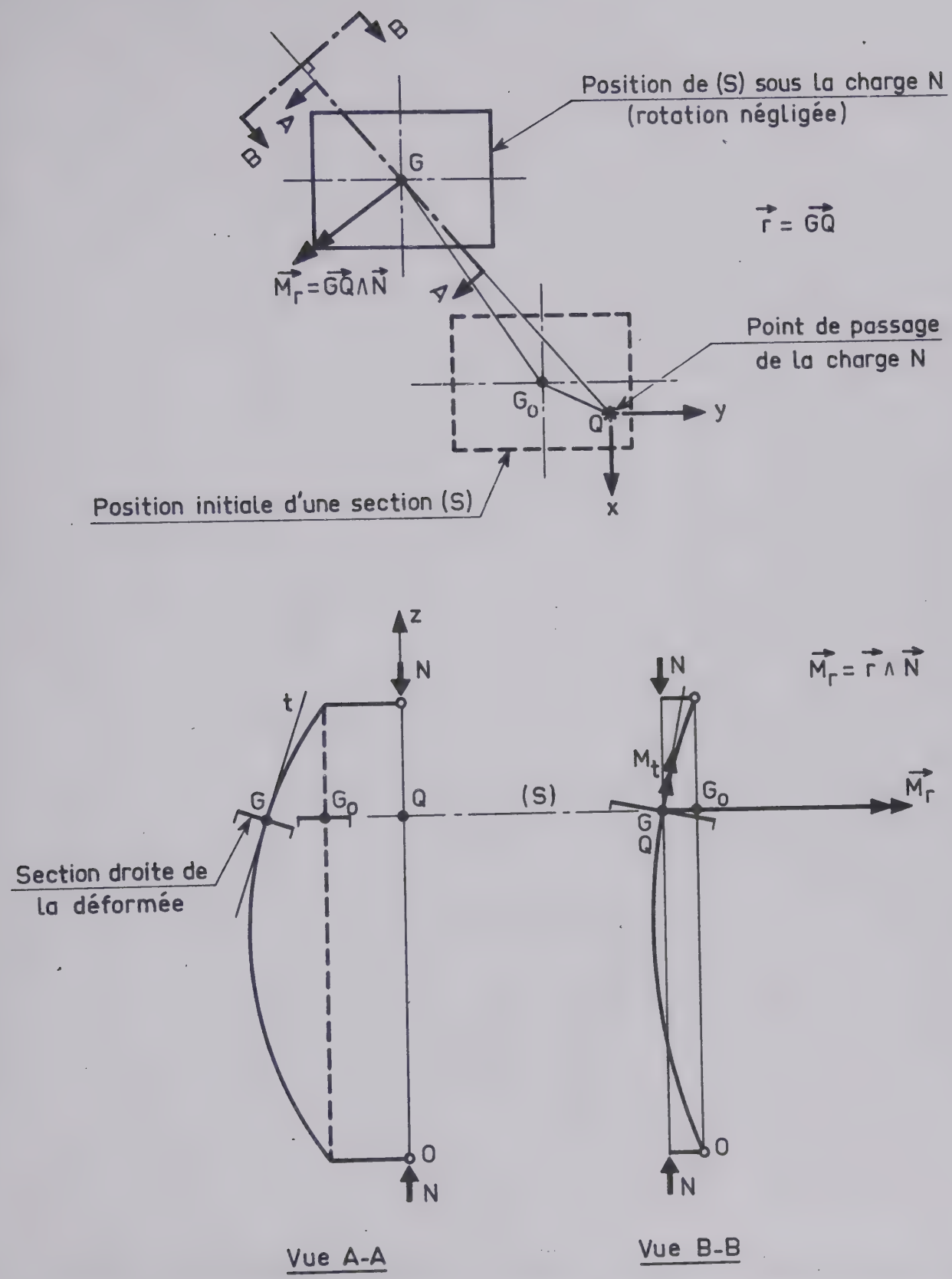
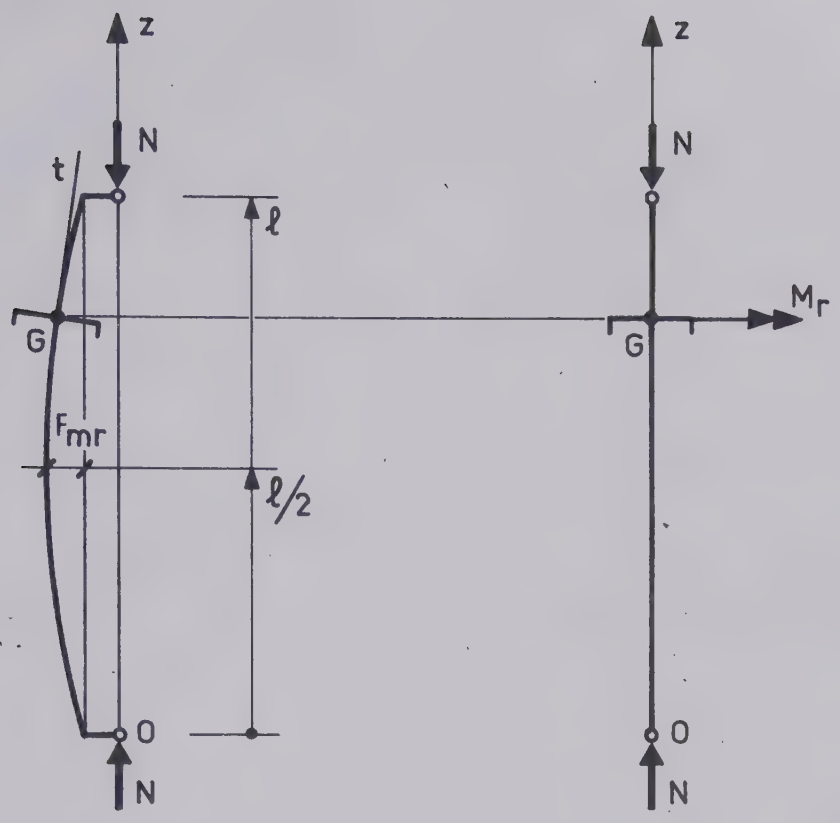



FIGURE 14 - COMPORTEMENT DU POTEAU SOUS UNE CHARGE ; CAS OU LA CHARGE EST EN DEHORS D'UN PLAN DE SYMETRIE.



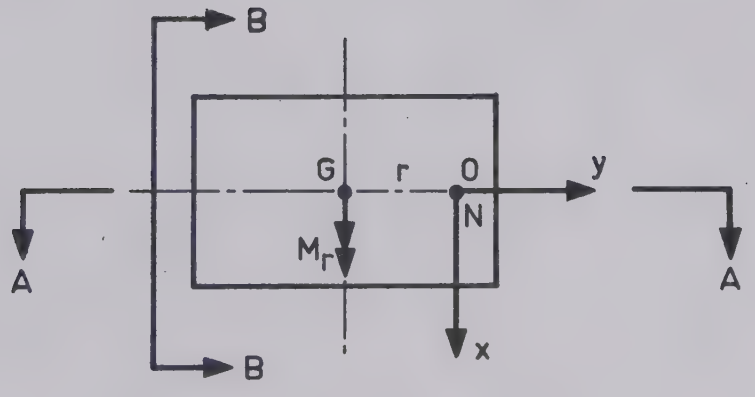




FIGURE 15 - COMPORTEMENT DU POTEAU SOUS UNE CHARGE S'APPLIQUANT DANS UN PLAN DE SYMETRIE DE LA SECTION.

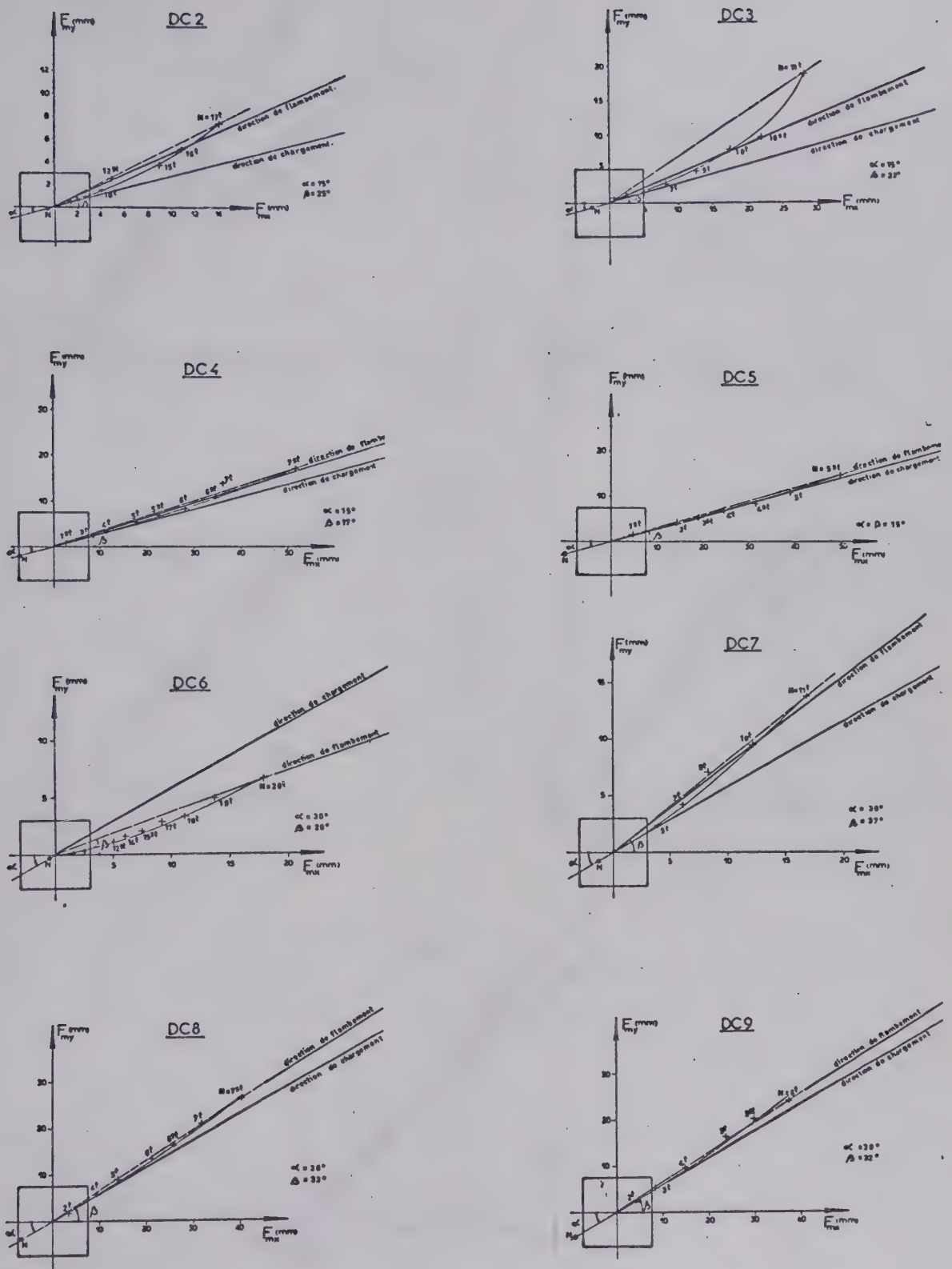
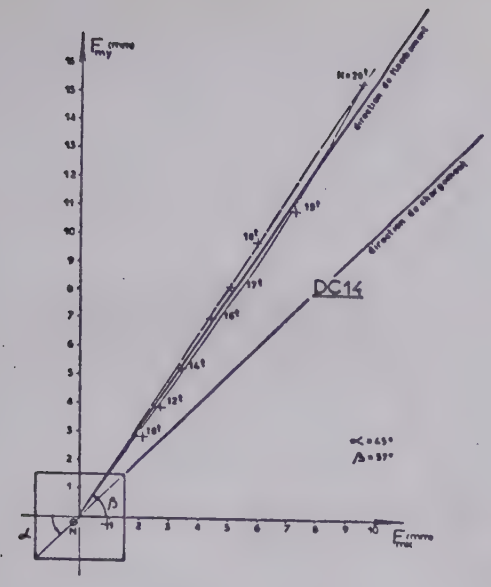
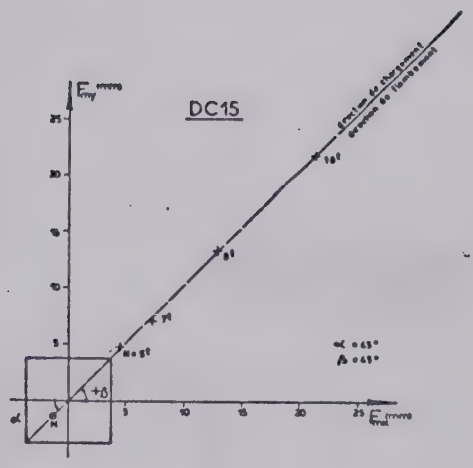
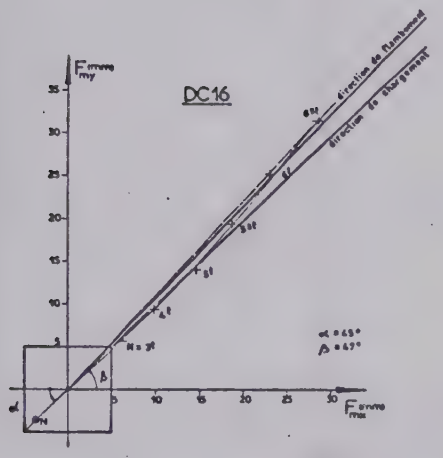
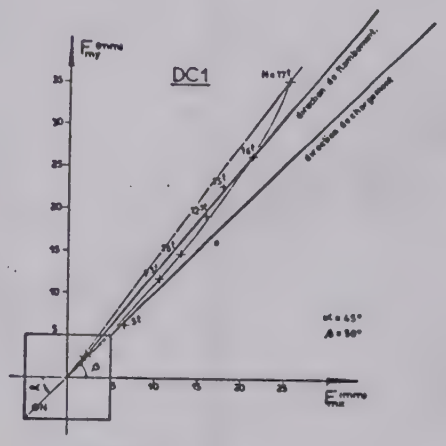



FIGURE 16 - Positions prises par la section médiane au cours de chargement.



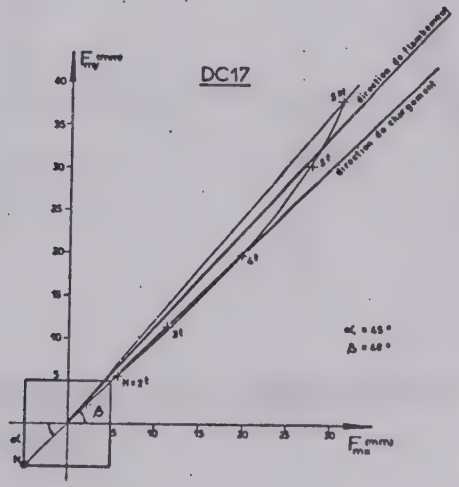




FIGURE 17 - Positions prises par la section médiane au cours de chargement.

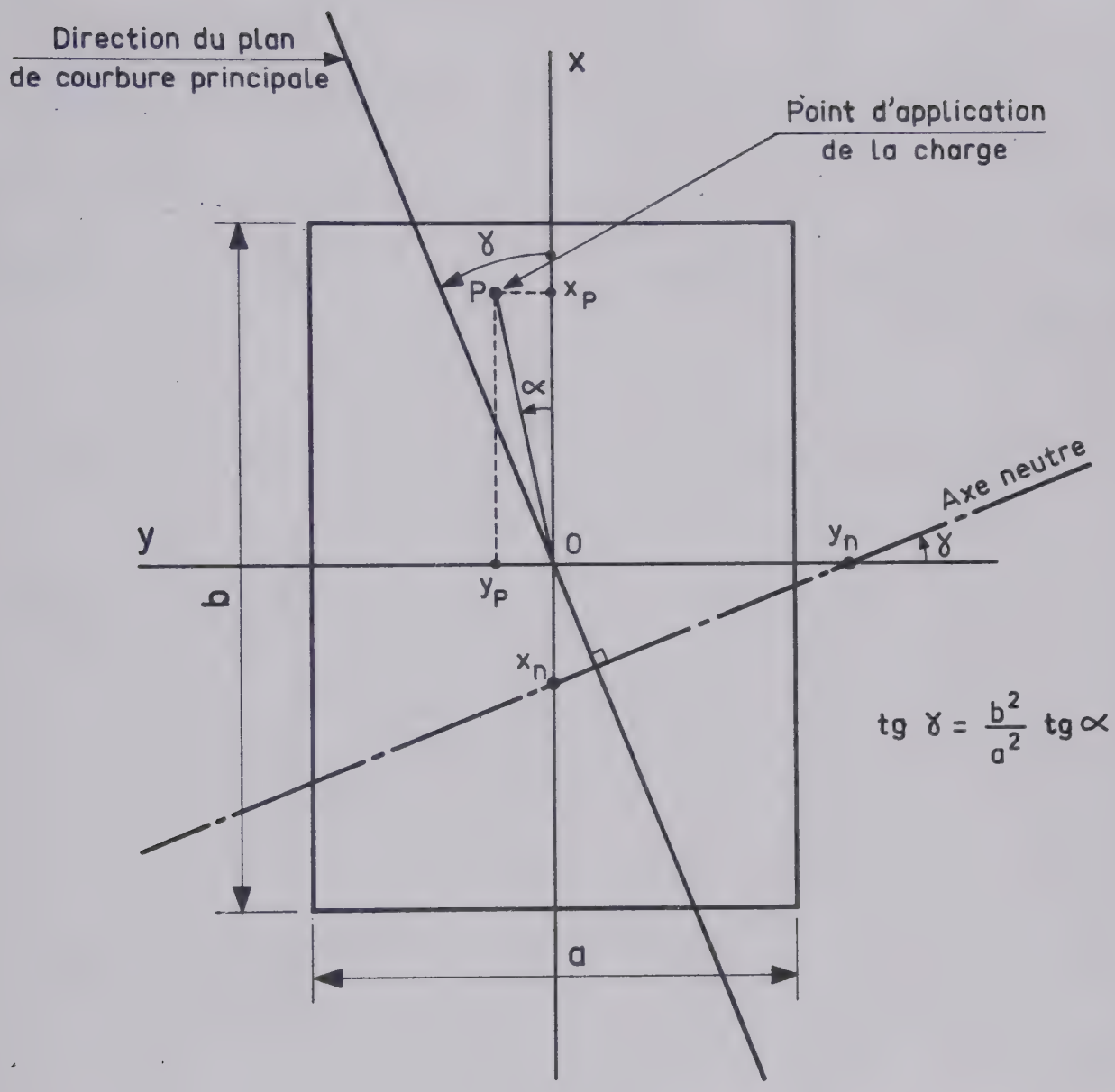
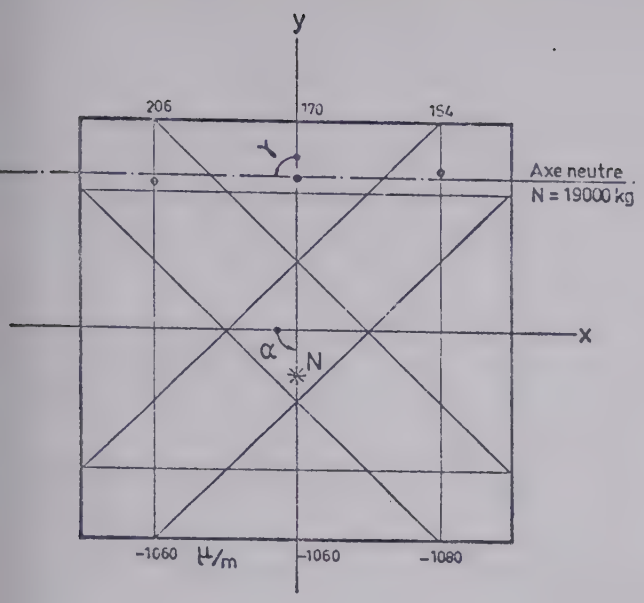


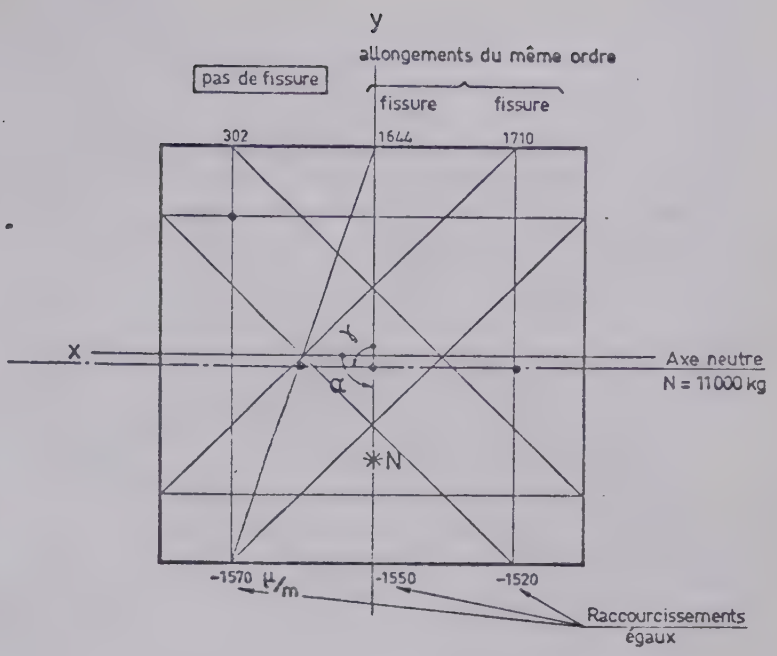

FIGURE 18 - INCLINAISON DE L'AXE NEUTRE POUR UNE SECTION RECTANGULAIRE HOMOGENE ET ELASTIQUE.




DC 10

( $\alpha = 90°$, $\frac{e_{or}}{h_t} = 0,1$ )

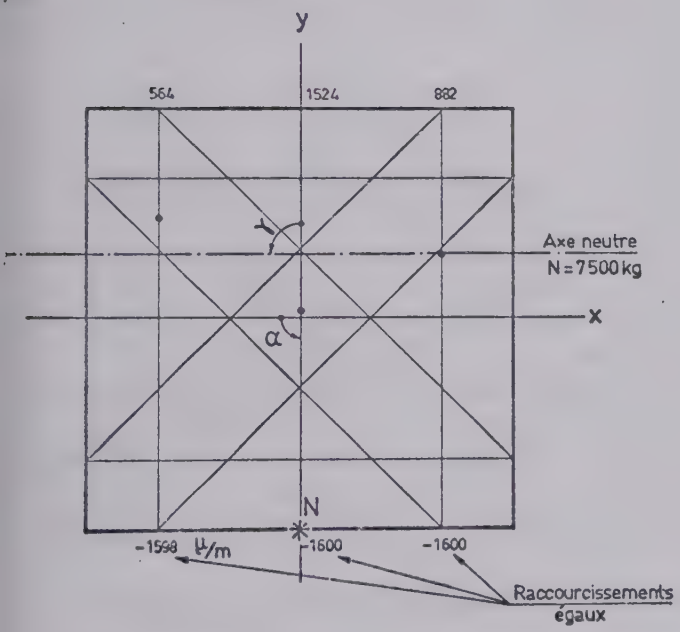
$\gamma = 90°$




DC 11

( $\alpha = 90°$, $\frac{e_{or}}{h_t} = 0,25$ )

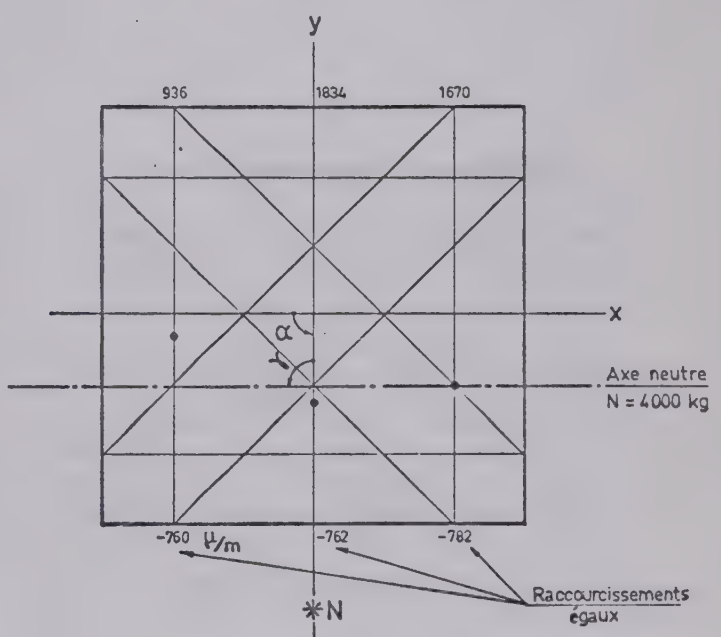
$\gamma = 90°$




DC 12

( $\alpha = 90°$, $\frac{e_{or}}{h_t} = 0,5$ )

$\gamma = 90°$

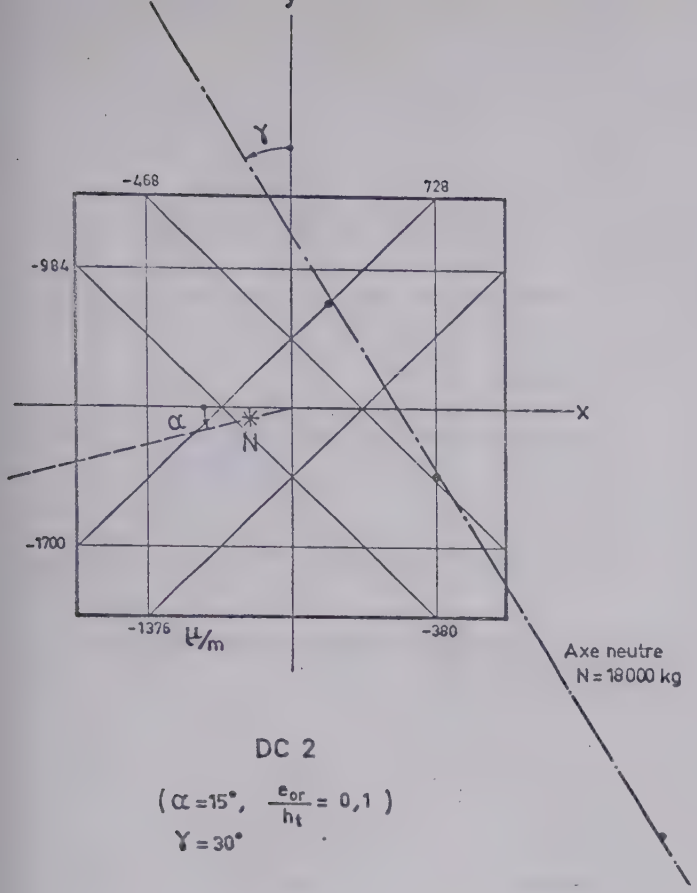



DC 13

( $\alpha = 90°$, $\frac{e_{or}}{h_t} = 0,7$ )

$\gamma = 90°$

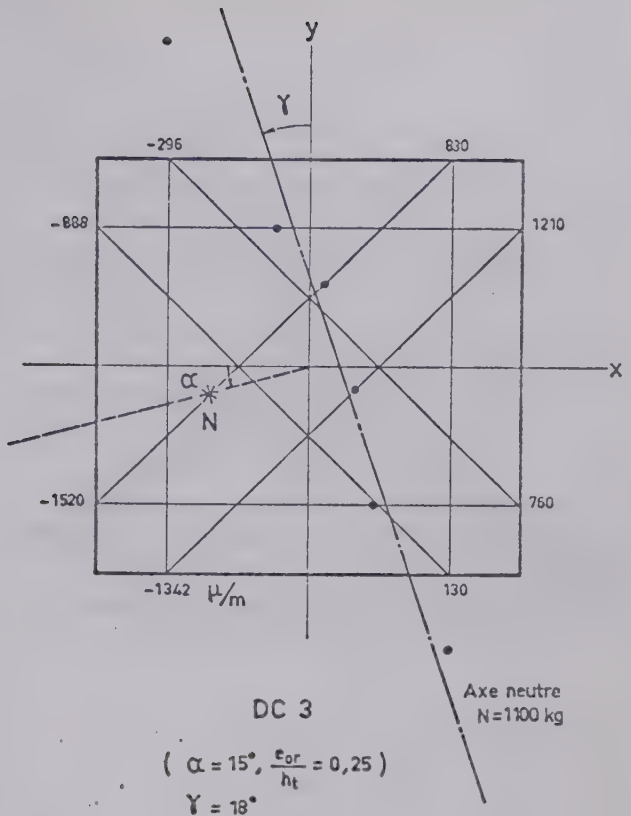
FIGURE 19 - Position de l'axe neutre au voisinage de la rupture (cas $\alpha = 0°$)




DC 2

$(\alpha = 15°,\ \frac{e_{or}}{h_t} = 0,1)$

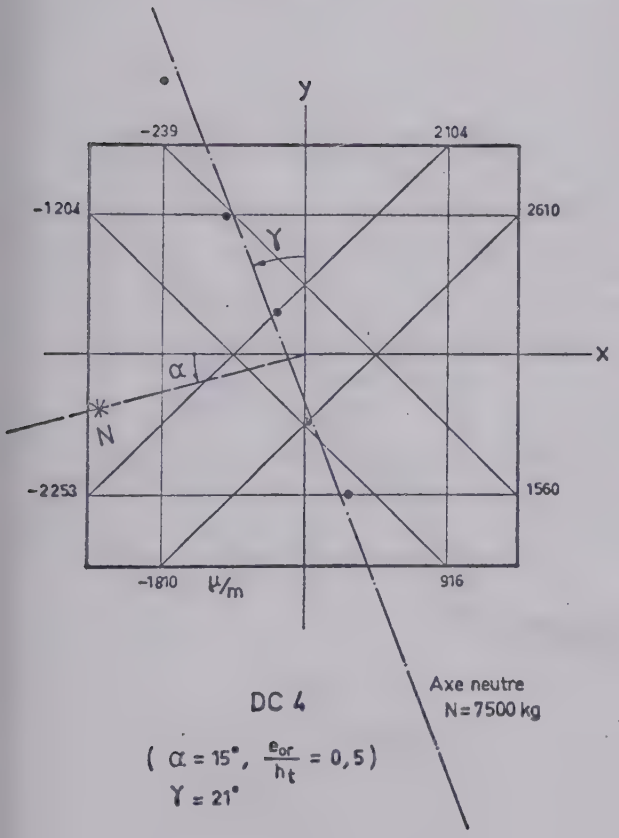
$\gamma = 30°$




DC 3

$(\alpha = 15°,\ \frac{e_{or}}{h_t} = 0,25)$

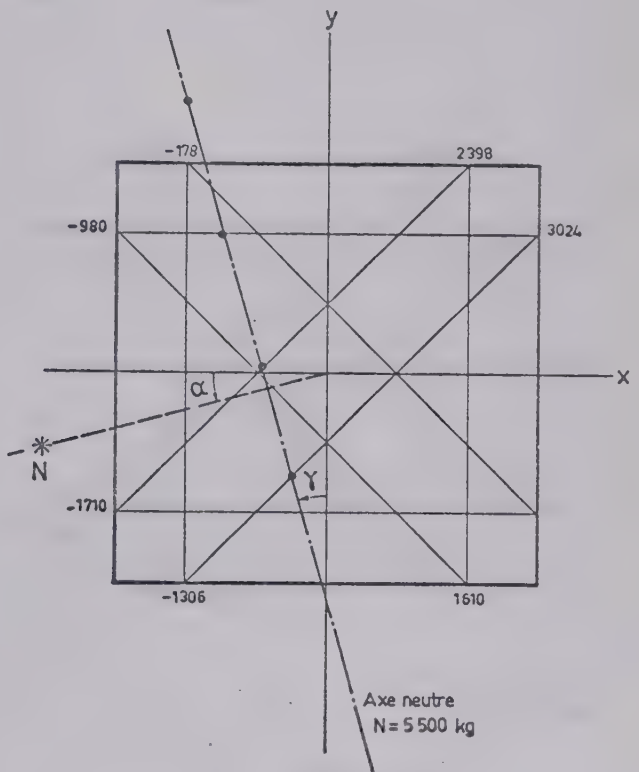
$\gamma = 18°$




DC 4

$(\alpha = 15°,\ \frac{e_{or}}{h_t} = 0,5)$

$\gamma = 21°$

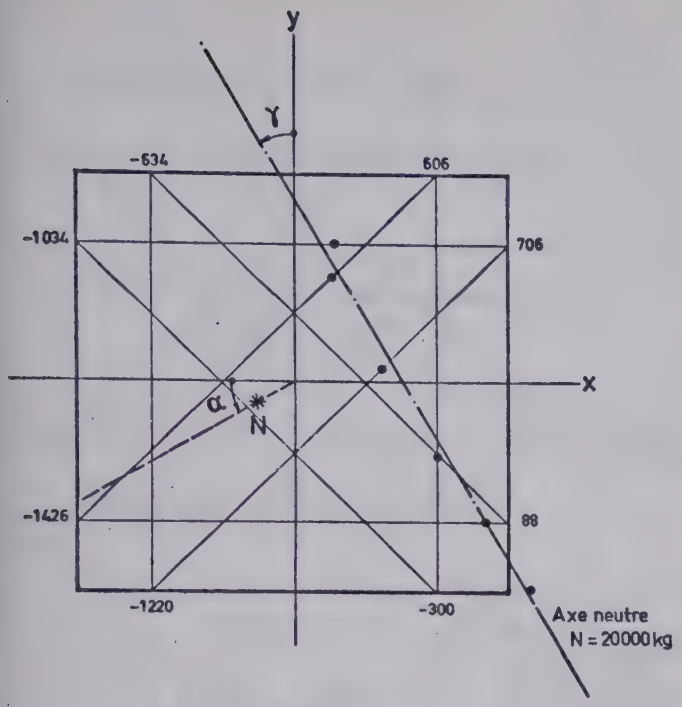



DC 5

$(\alpha = 15°,\ \frac{e_{or}}{h_t} = 0,7)$

$\gamma = 15°$

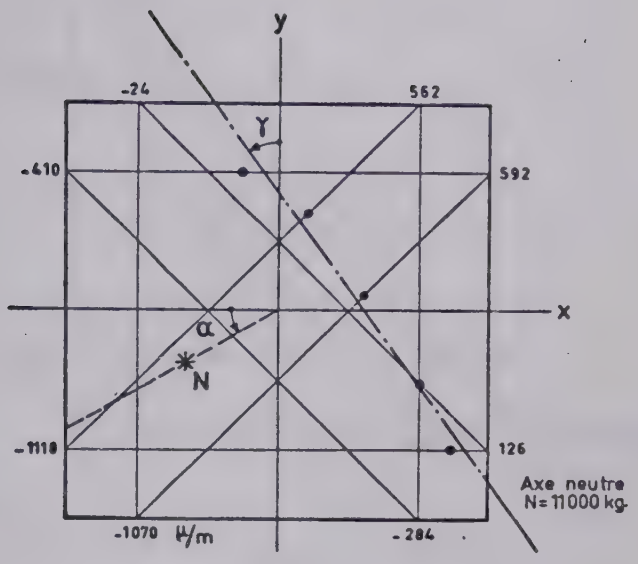
FIGURE 20 - Position de l'axe neutre au voisinage de la rupture (cas $\alpha$ = 15°)




DC 6

( $\alpha = 30°$, $\frac{e_{or}}{h_t} = 0,1$ )

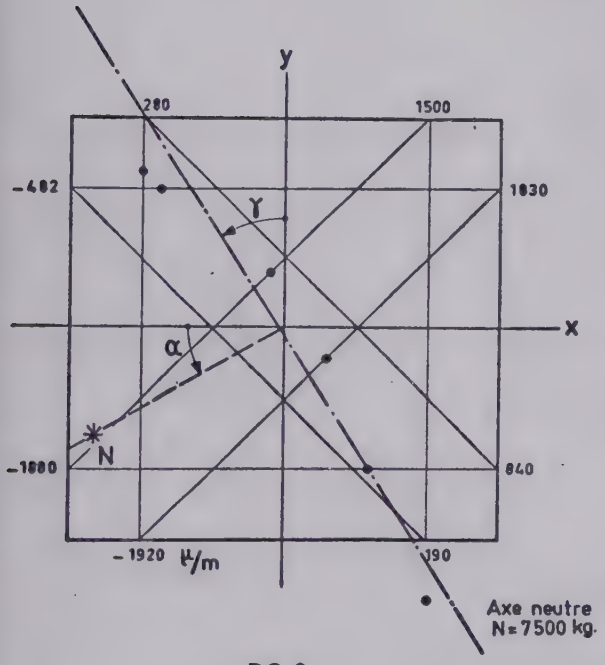
$\gamma = 30°$




DC 7

( $\alpha = 30°$, $\frac{e_{or}}{h_t} = 0,25$ )

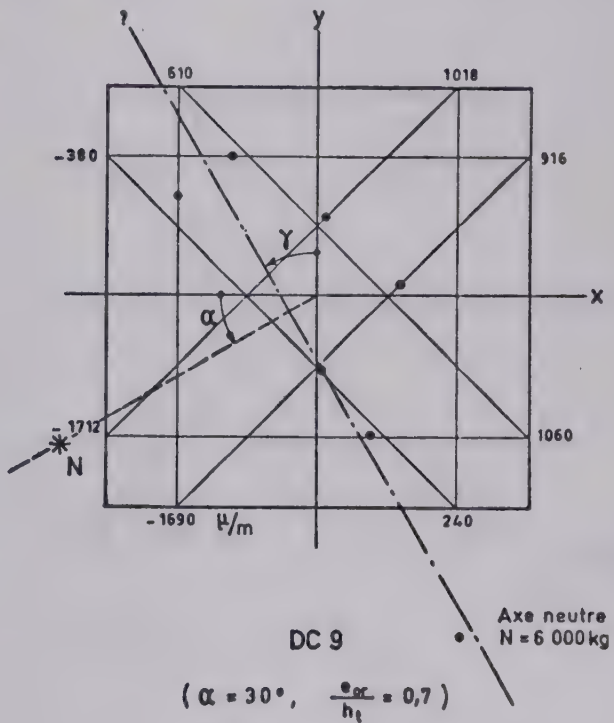
$\gamma = 35°$




DC 8

( $\alpha = 30°$, $\frac{e_{or}}{h_t} = 0,5$ )

$\gamma = 32°$

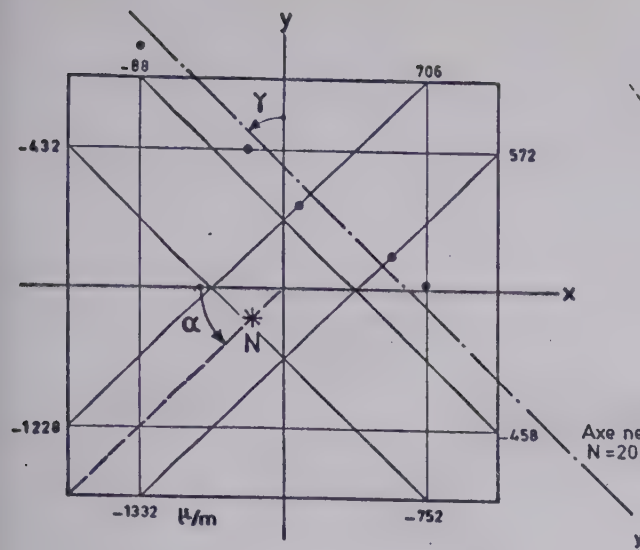



DC 9

( $\alpha = 30°$, $\frac{e_{or}}{h_t} = 0,7$ )

$\gamma = 30°$

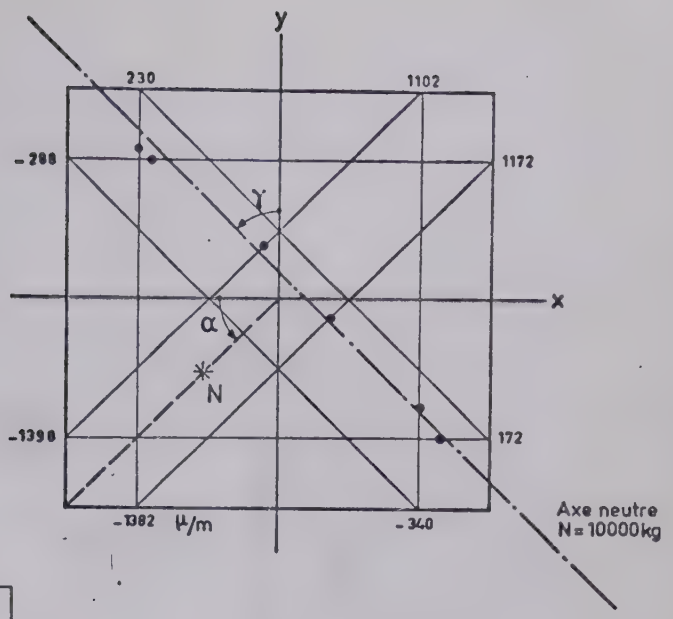
FIGURE 21 - Position de l'axe neutre au voisinage de la rupture (cas $\alpha = 30°$)




DC 14

( $\alpha = 45°$ $\frac{e_{or}}{h_t} = 0,1$ )

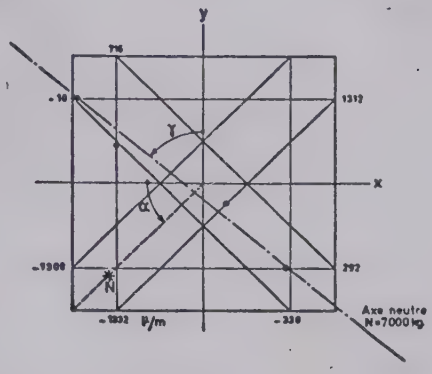
$\gamma = 45°$




DC 15

( $\alpha = 45°$, $\frac{e_{or}}{h_t} = 0,25$ )

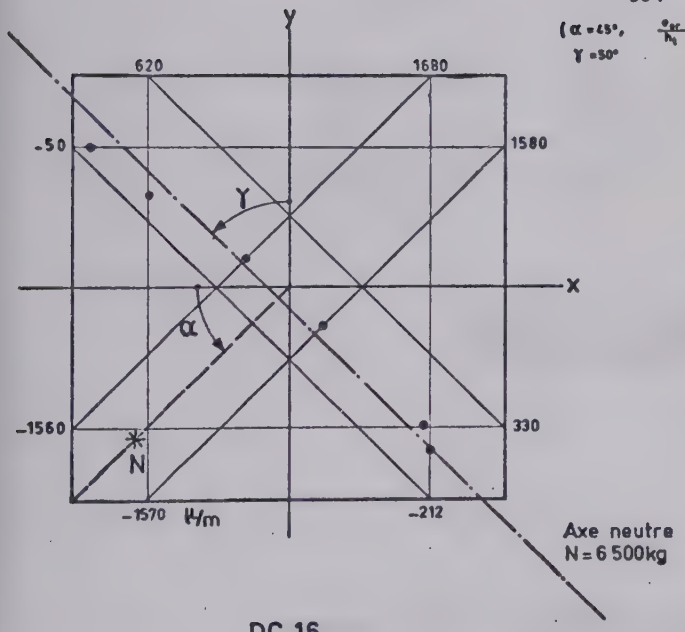
$\gamma = 45°$




DC 1

( $\alpha = 45°$, $\frac{e_{or}}{h_t} = 0,5$ )

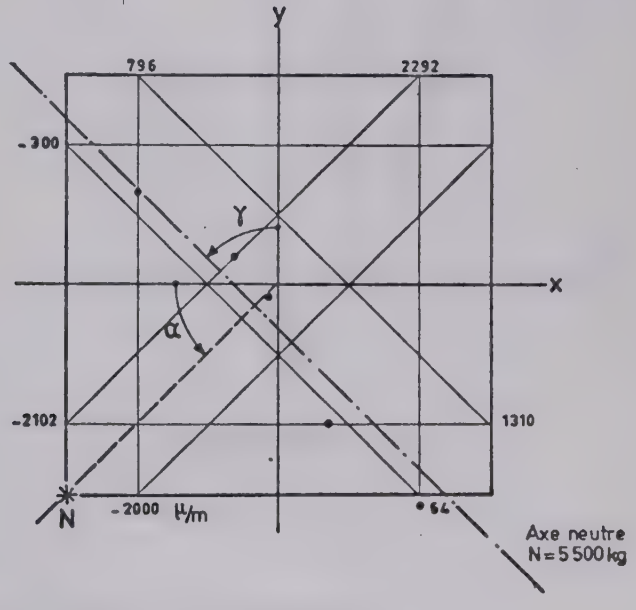
$\gamma = 50°$




DC 16

( $\alpha = 45°$, $\frac{e_{or}}{h_t} = 0,5$ )

$\gamma = 45°$

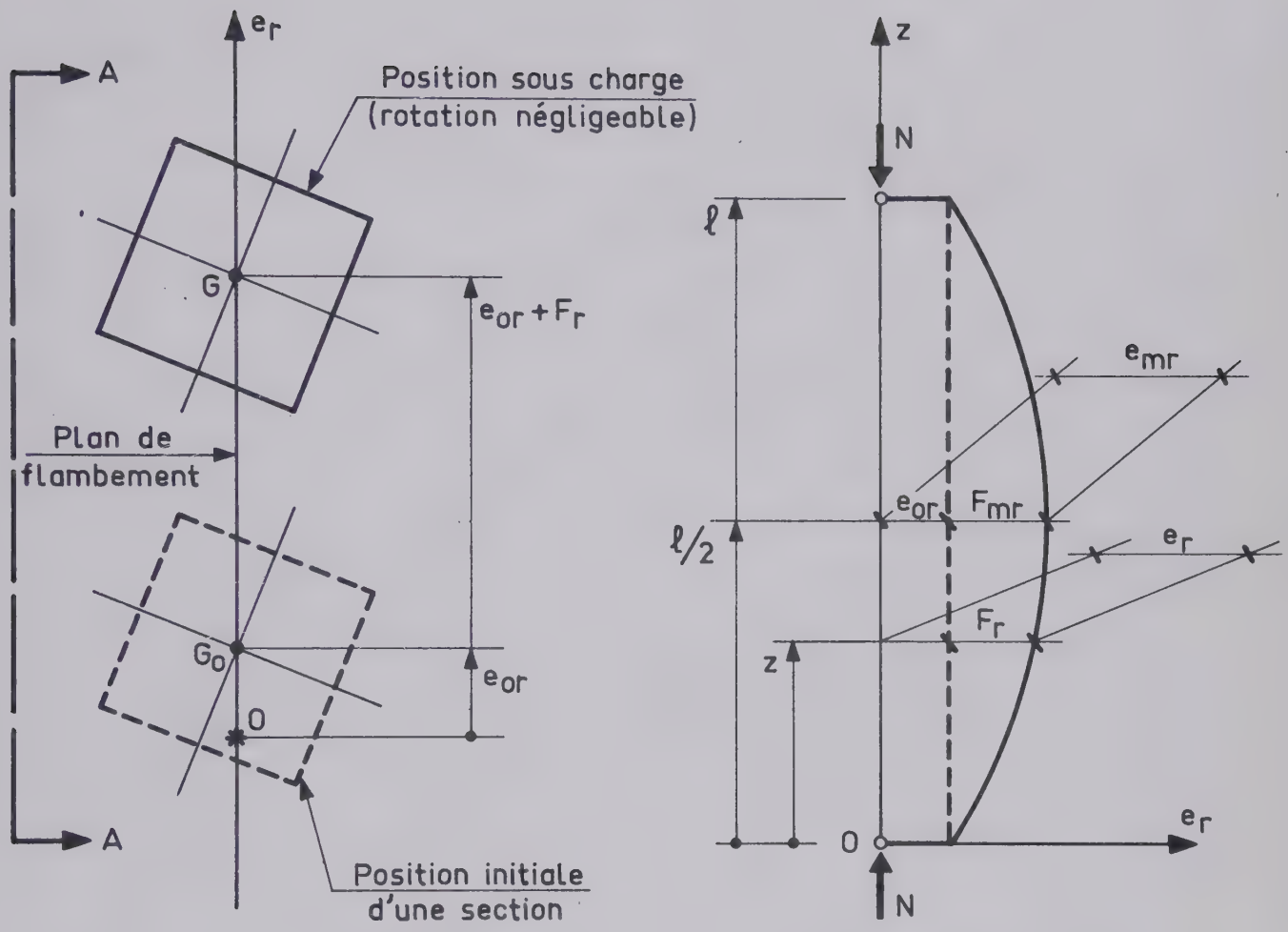



DC 17

( $\alpha = 45°$ $\frac{e_{or}}{h_t} = 0,7$ )

$\gamma = 45°$

FIGURE 22 - Position de l'axe neutre au voisinage de la rupture (cas $\alpha = 45°$)




ELEVATION A-A

FIGURE 23 - FLAMBEMENT DANS UN PLAN RADIAL DU POTEAU.

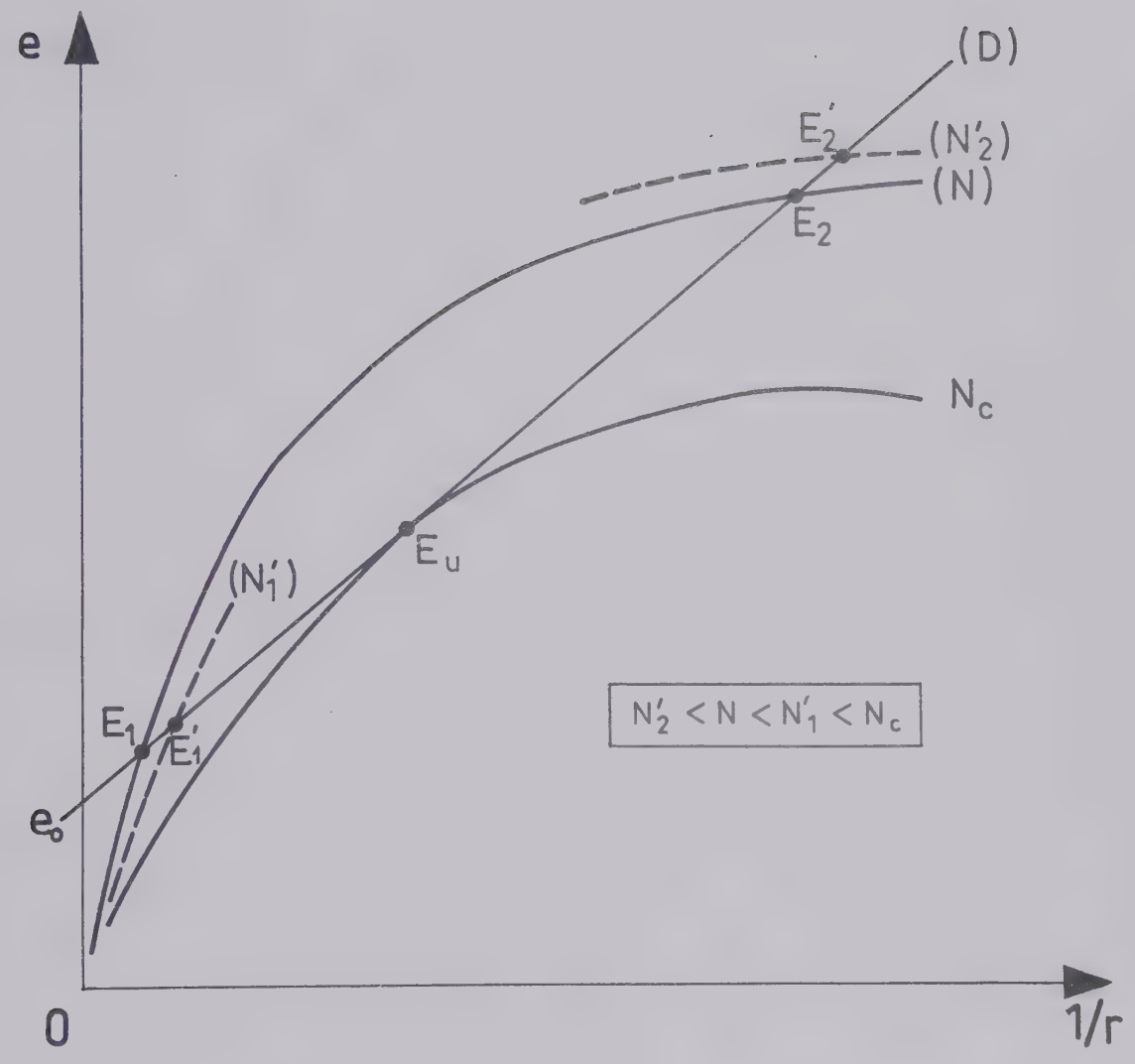



FIGURE 24 - ETUDE GRAPHIQUE DES CONDITIONS D'EQUILIBRE.

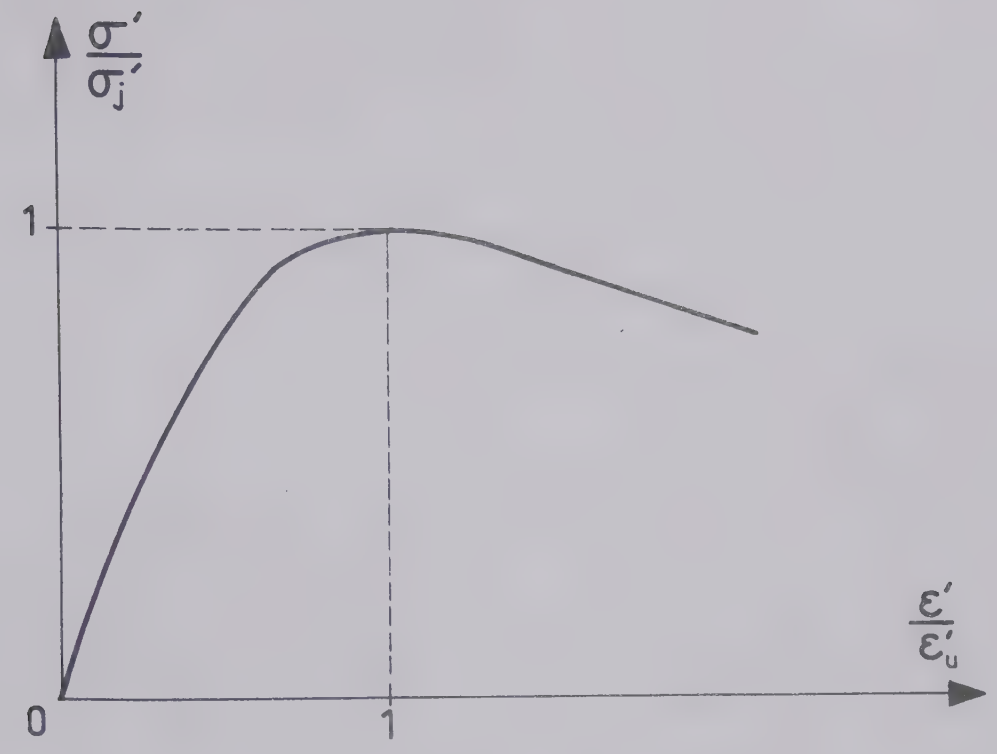



FIGURE 25 a - LOI DE CONTRAINTE-DEFORMATION DU BETON.

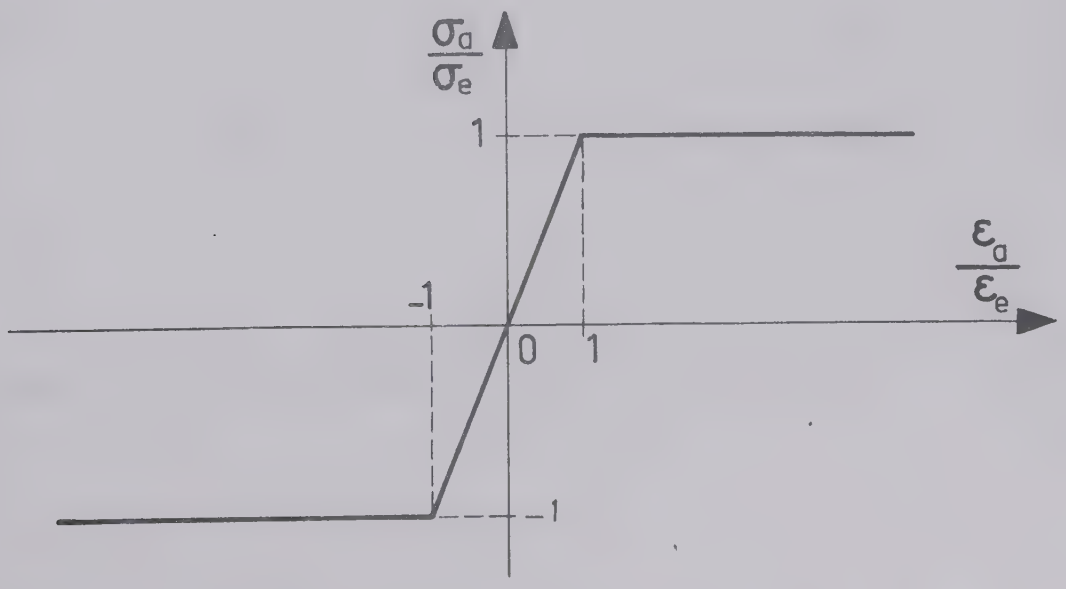



FIGURE 25 b - LOI DE CONTRAINTE-DEFORMATION DE L'ACIER.

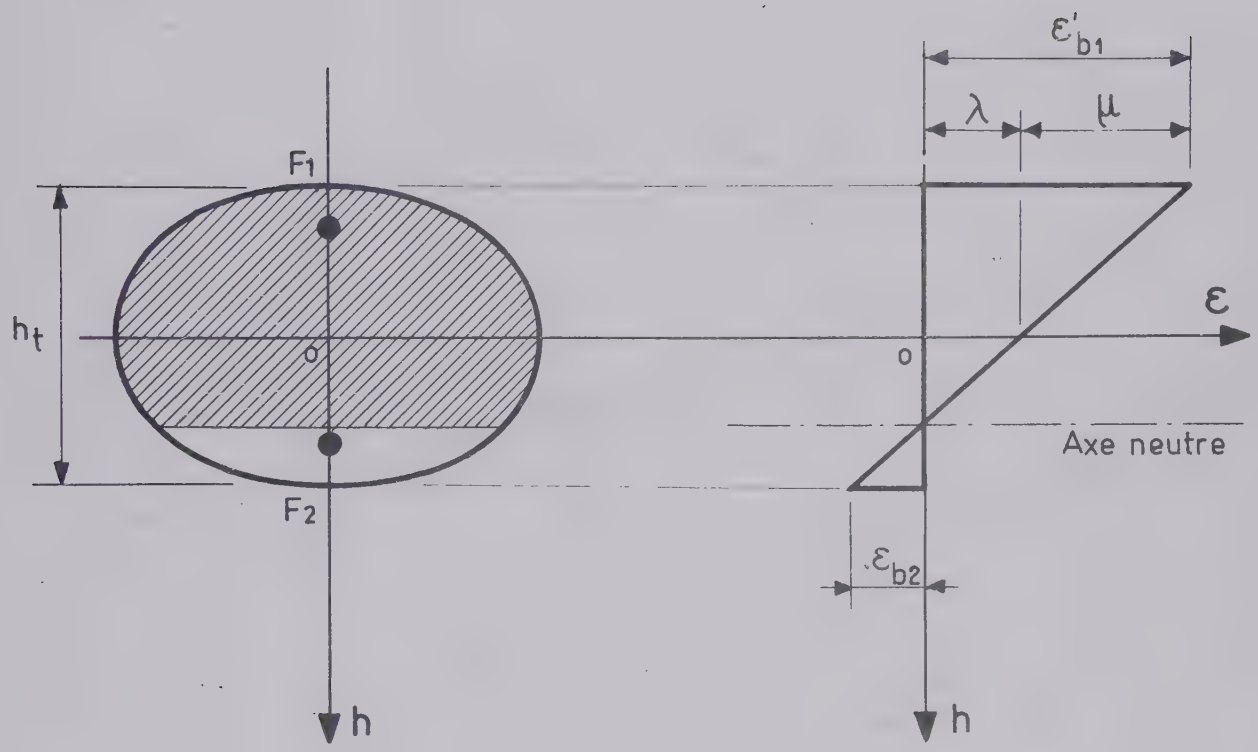



FIGURE 26 - ETAT DE DEFORMATION DANS UNE SECTION DROITE.

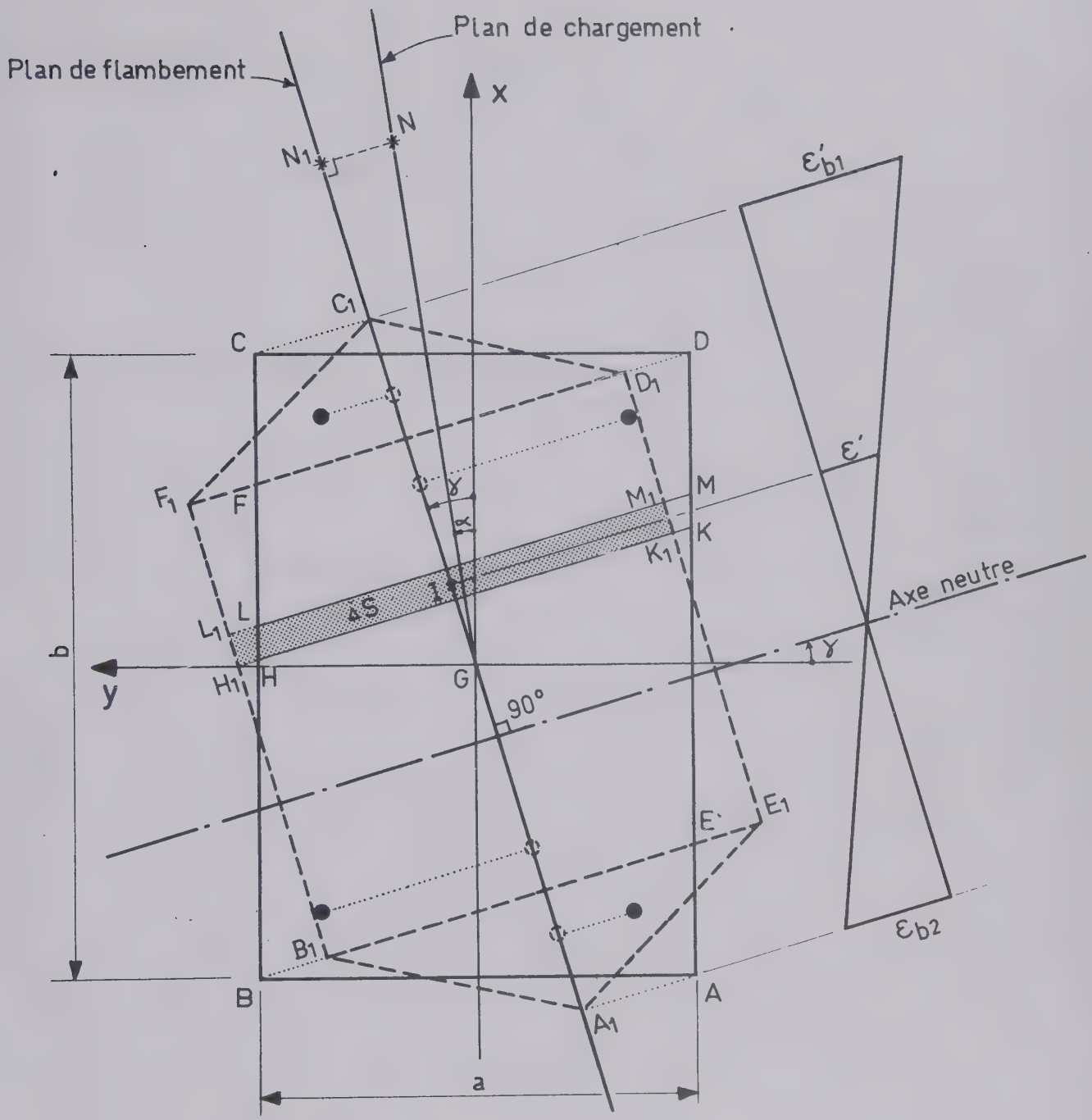



FIGURE 27 - TRANSFORMATION DE LA SECTION

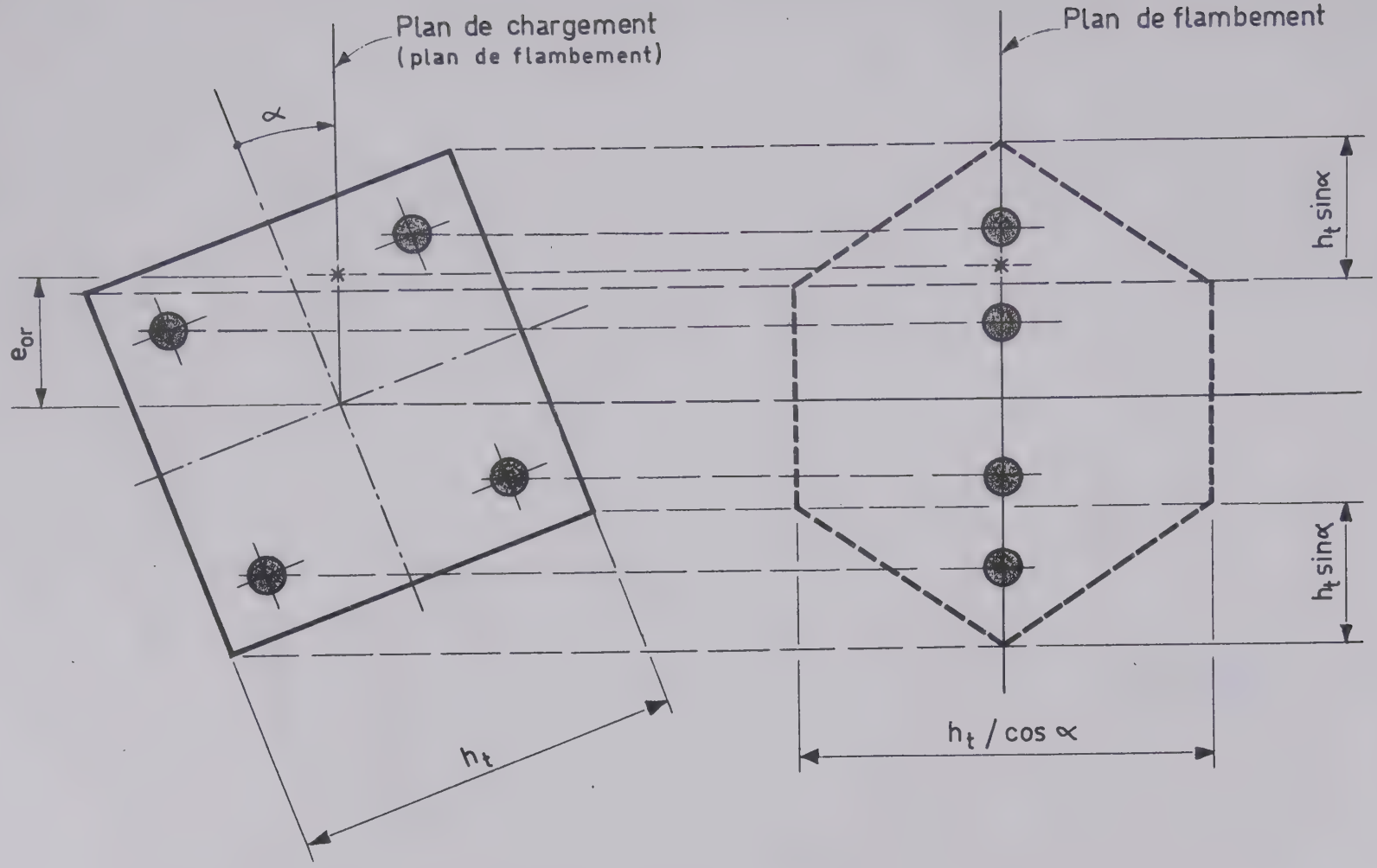



FIGURE 28 - SECTION TRANSFORMEE POUR L'APPLICATION DE LA METHODE DE FAESSEL.

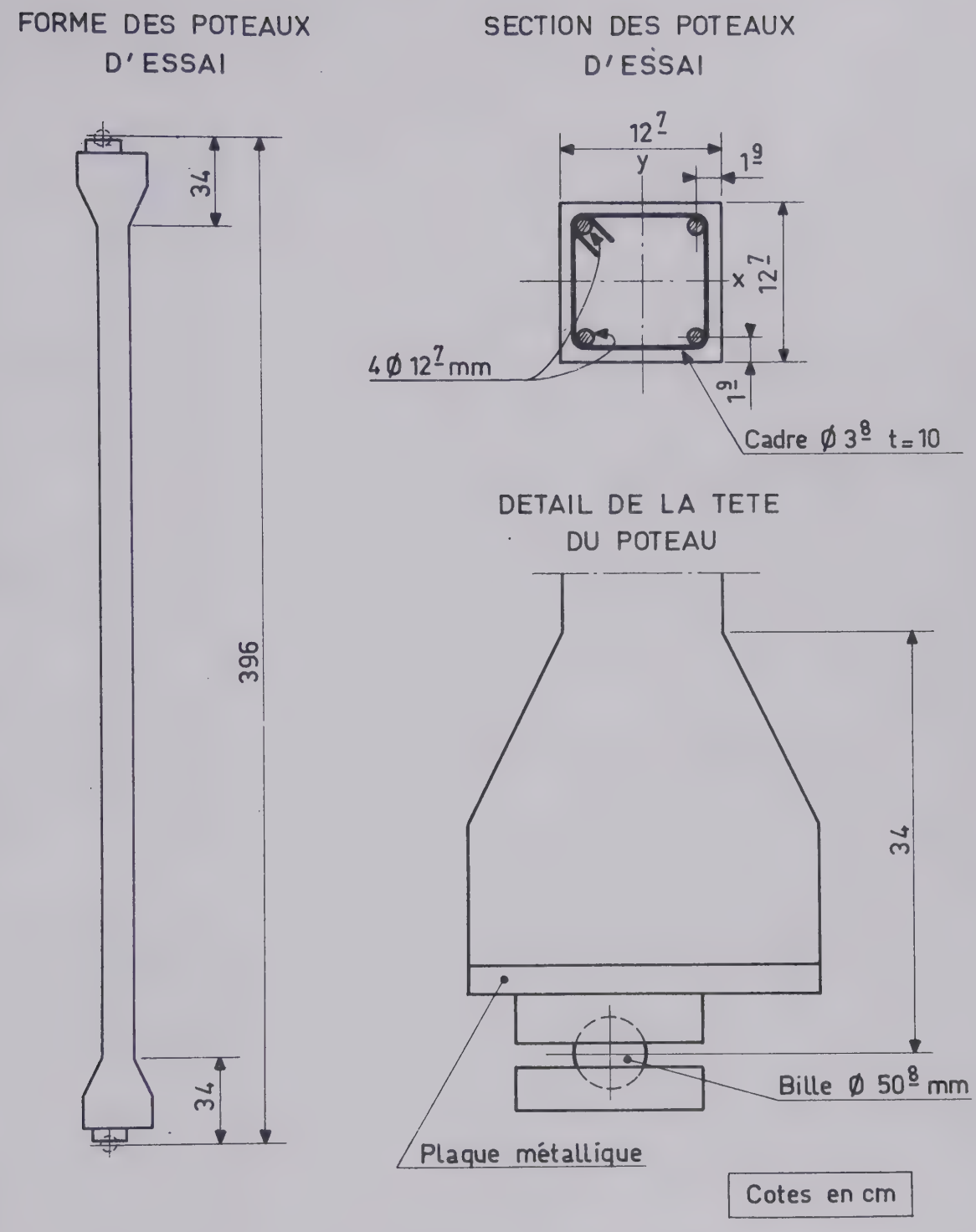
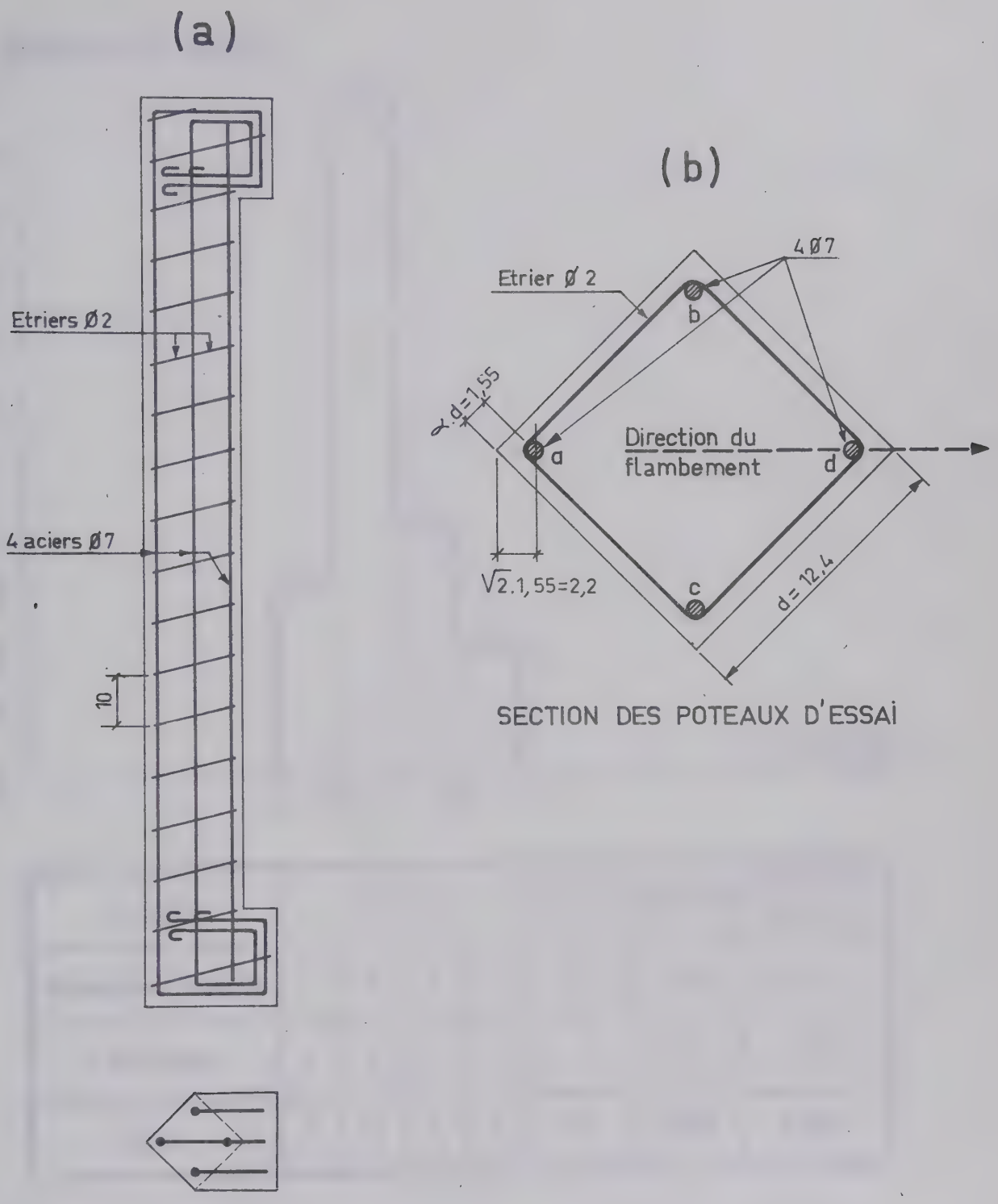


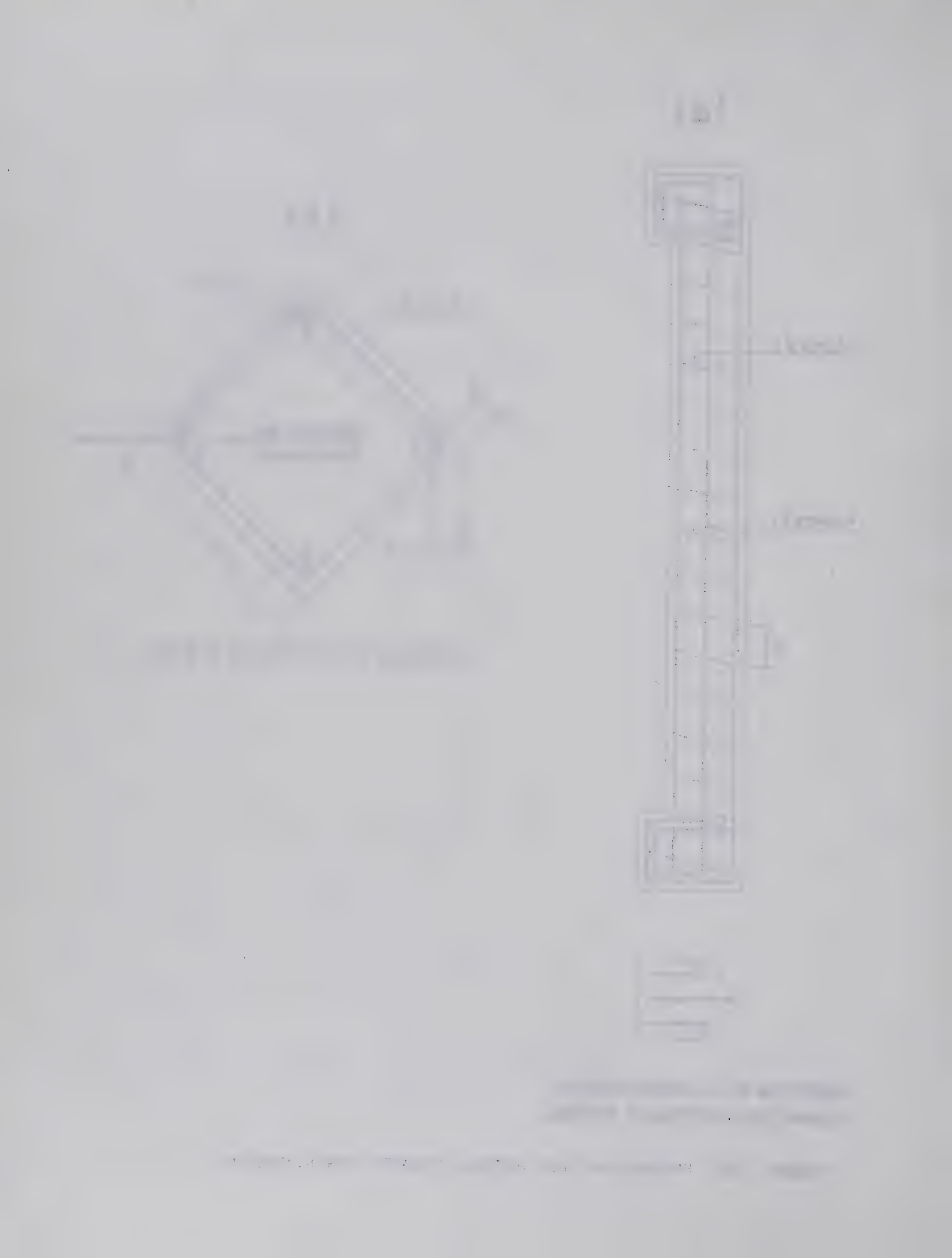

FIGURE **29** - FERRAILLAGE ET FORME DES POTEAUX ESSAYES PAR DRYSDALE ET HUGGINS.

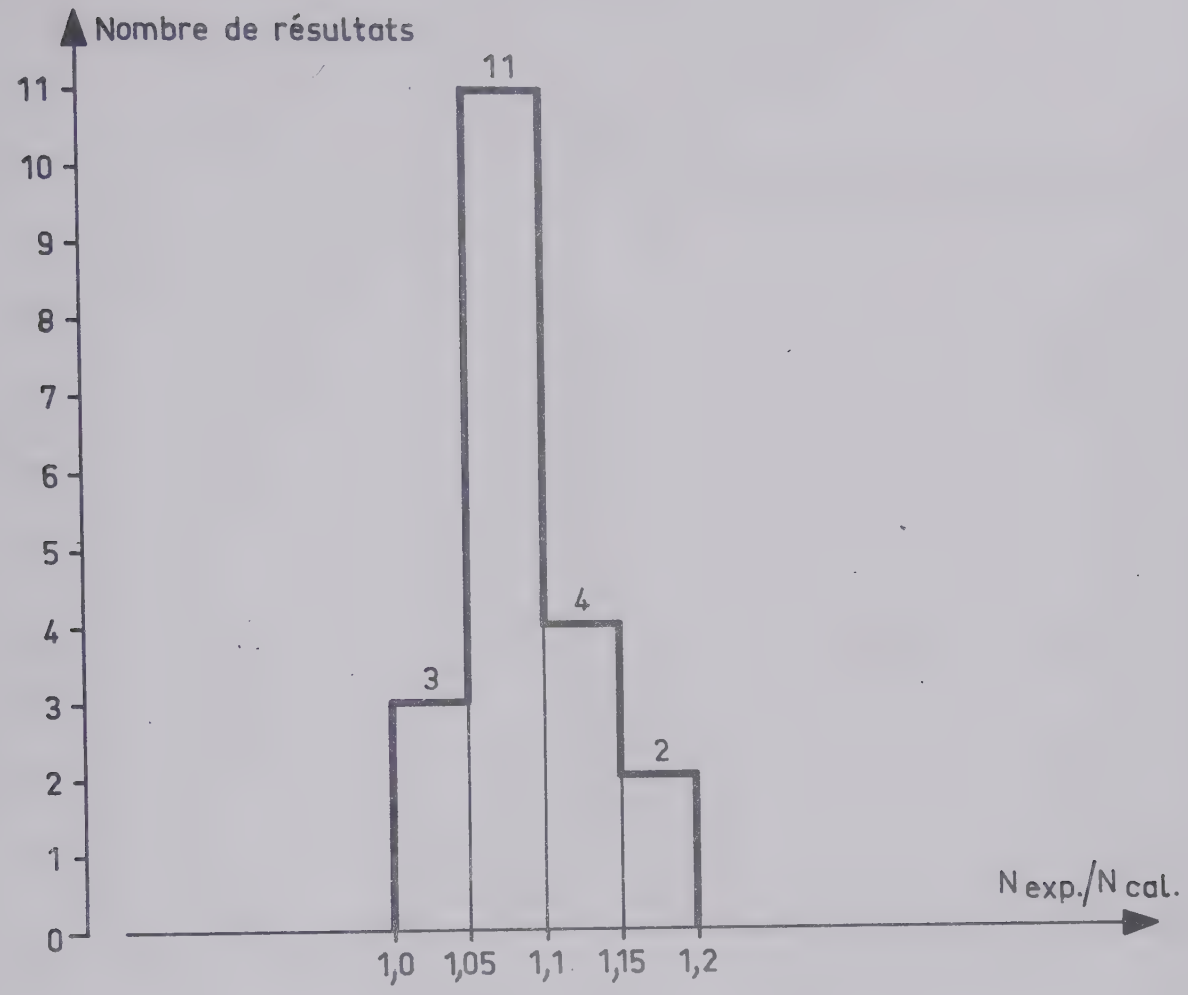



POSITION DE L'ARMATURE ET
FORME DES POTEAUX D'ESSAI

SECTION DES POTEAUX D'ESSAI

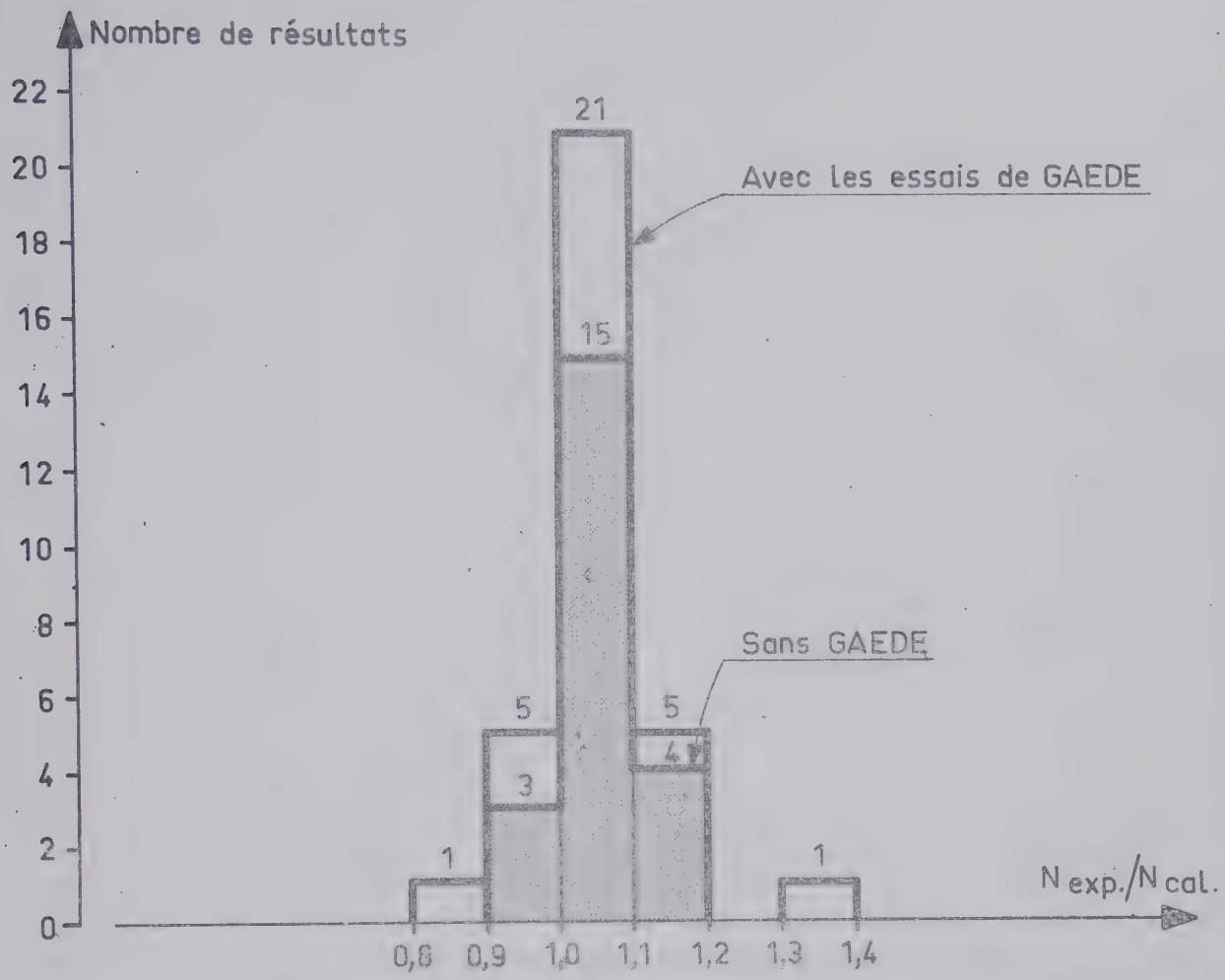
FIGURE 30 - FERRAILLAGE DES POTEAUX ESSAYES PAR K. GAEDE





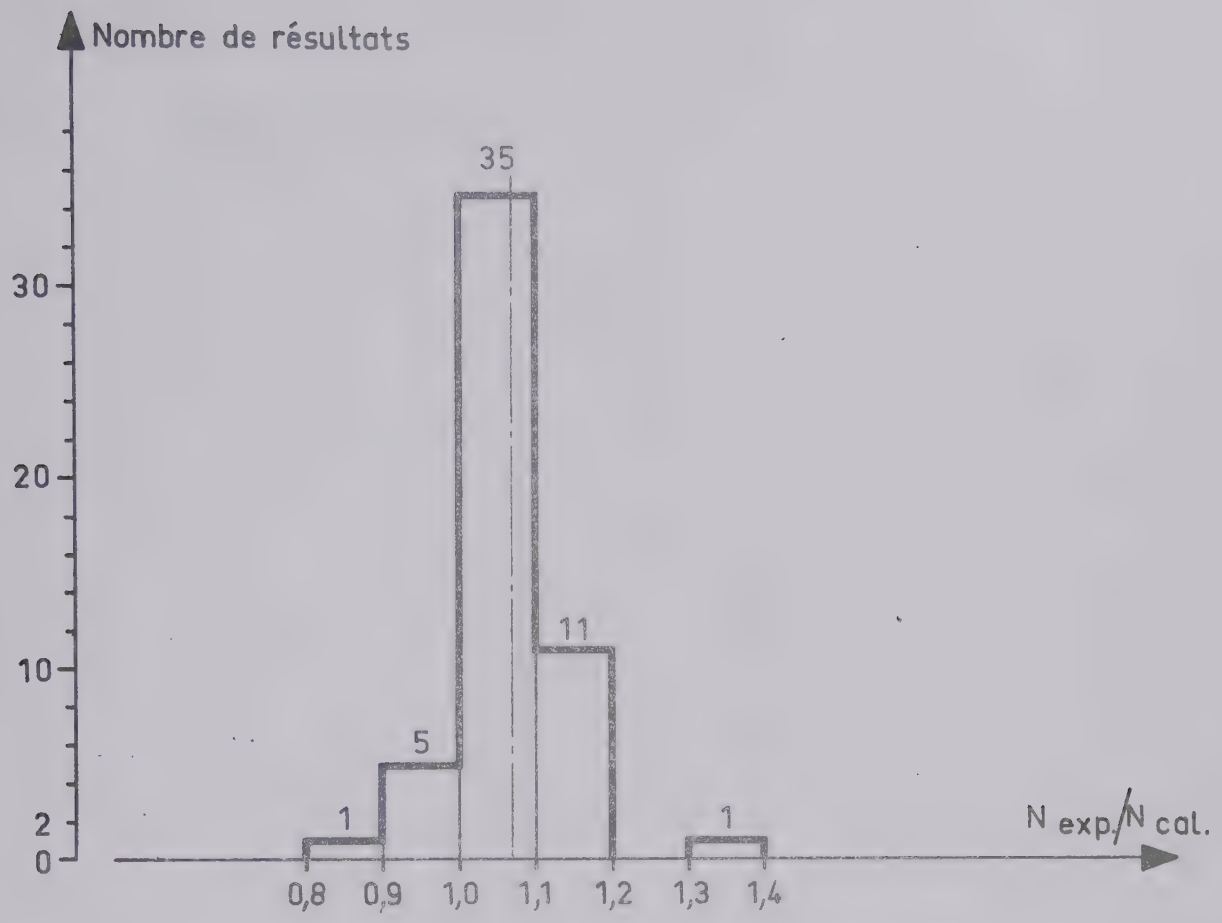

| Auteur | Nombre | | | | Total | Moyenne | Coef. de variation |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Drysdale et Huggins | | 9 | 3 | | 12 | 1,083 | 2 % |
| Sahébdjem | 3 | 2 | 1 | 2 | 8 | 1,09 | 1,84 % |
| Total | 3 | 11 | 4 | 2 | 20 | 1,086 | 3,52 % |

FIGURE 31 - HISTOGRAMME DES RAPPORTS $N_{exp}/N_{cal}$, CAS OÙ LA CHARGE EST EN DEHORS D'UN PLAN DE SYMETRIE DE LA SECTION.



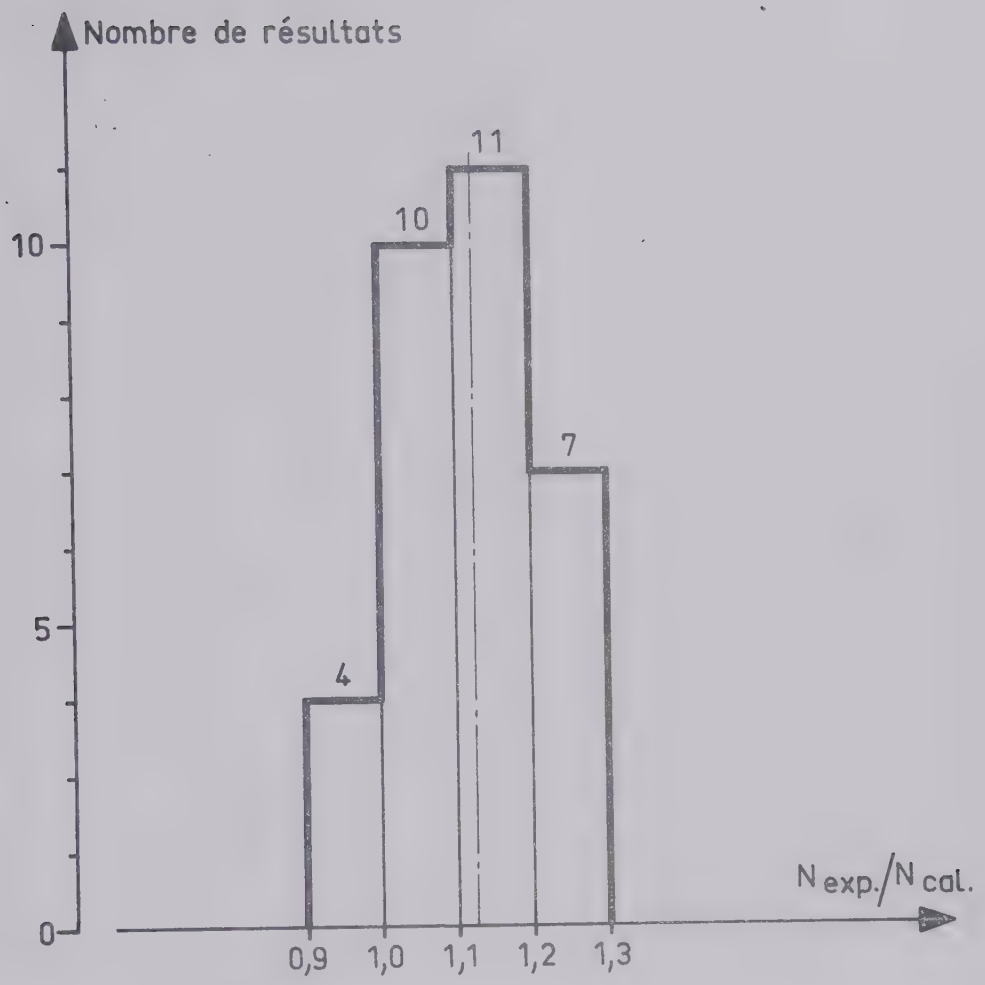

| Auteur | Nombre | | | | | | Total | Moyenne | Coef. de variation |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Drysdale et Huggins | | 3 | 8 | 3 | | | 14 | 1,054 | 4,39% |
| GAEDE | 1 | 2 | 6 | 1 | | 1 | 11 | 1,056 | 11,73% |
| Sahébdjem | | | 7 | 1 | | | 8 | 1,062 | 4,42% |
| Total | 1 | 5 | 21 | 5 | | 1 | 33 | 1,056 | 7,42% |

FIGURE 32 - HISTOGRAMME DES RAPPORTS $N_{exp}/N_{cal}$, CAS OU LA CHARGE S'APPLIQUE DANS UN PLAN DE SYMETRIE DE LA SECTION.



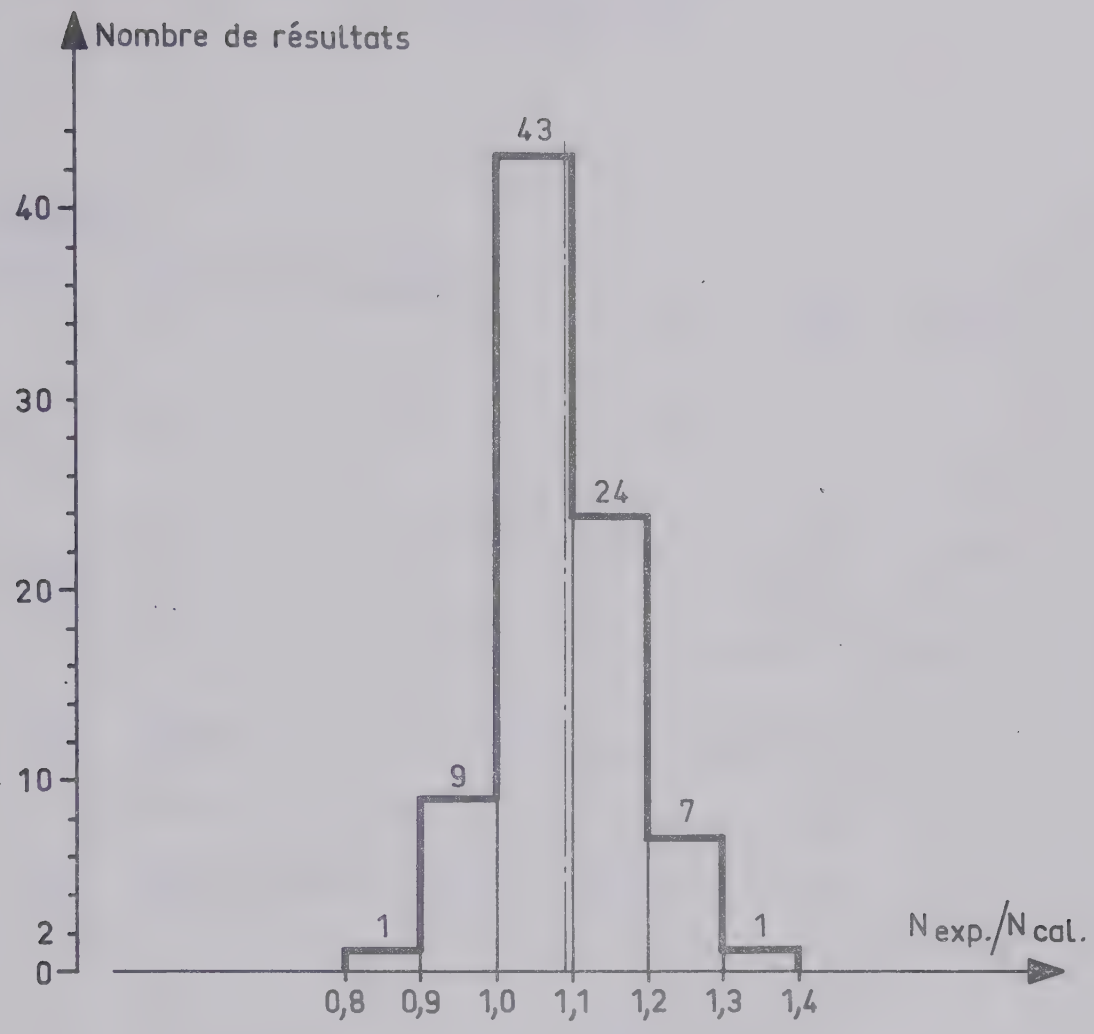

| Auteur | Nombre | | | | | | Total | Moyenne | Coef. de variation |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Drysdaleet Huggins | | 3 | 17 | 6 | | | 26 | 1,068 | 3,70% |
| GAEDE | 1 | 2 | 6 | 1 | | 1 | 11 | 1,056 | 11,73% |
| Sahébdjem | | | 12 | 4 | | | 16 | 1,076 | 4,83% |
| Total | 1 | 5 | 35 | 11 | | 1 | 53 | 1,066 | 6,30% |

FIGURE 33 - HISTOGRAMME DES RAPPORTS $N_{exp}/N_{cal}$ POUR LES POTEAUX LONGS.




| Auteur | Nombre | | | | Total | Moyenne | Coef. de variation |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Ramamurthy | 4 | 10 | 11 | 7 | 32 | 1,13 | 7,75% |

FIGURE 34 - HISTOGRAMME DES RAPPORTS $N_{exp}/N_{cal}$ POUR LES POTEAUX COURTS.




| | |
|---|---|
| Nombre d'essais | 85 |
| Valeur moyenne | 1,091 |
| Coefficient de variation | 7,42% |

FIGURE 35 - HISTOGRAMME GENERAL DES RAPPORTS $N_{exp}/N_{cal}$
(POTEAUX LONGS ET COURTS)

$$V = \frac{N_u(\alpha = 45°) - N_u(\alpha = 0)}{N_u(\alpha = 0)}$$

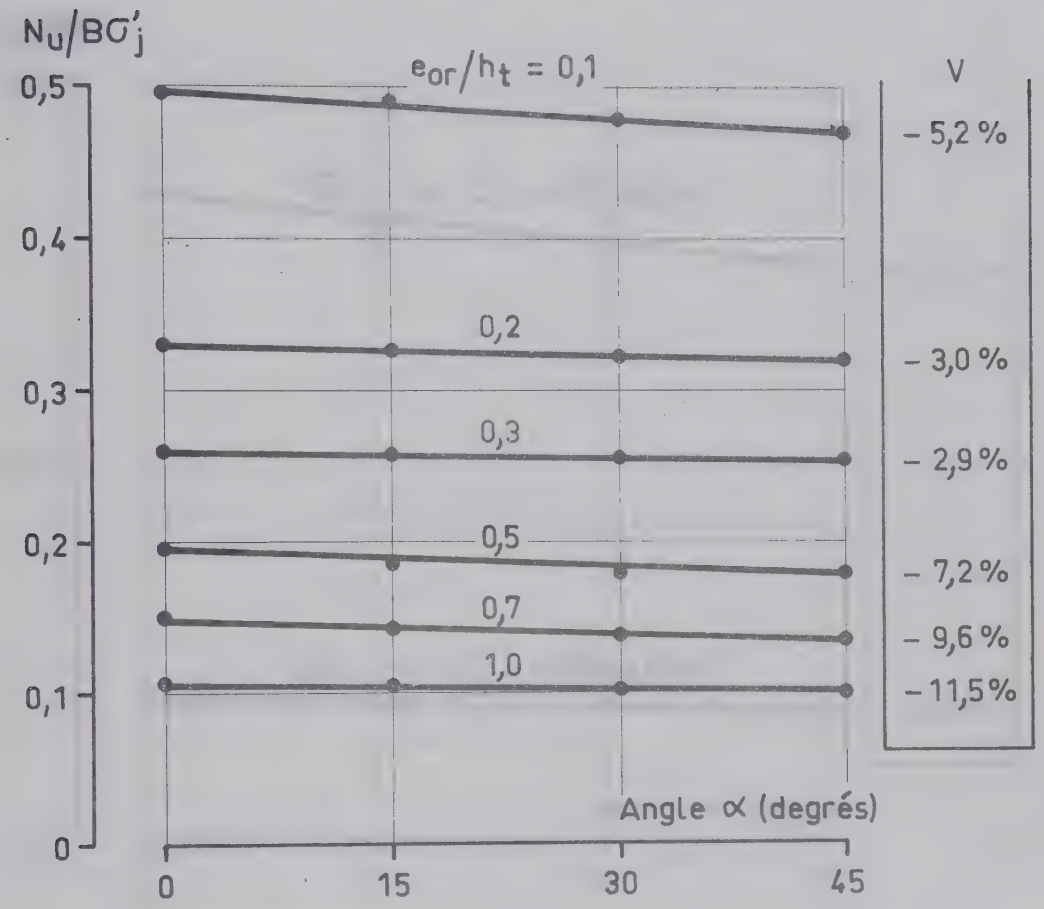
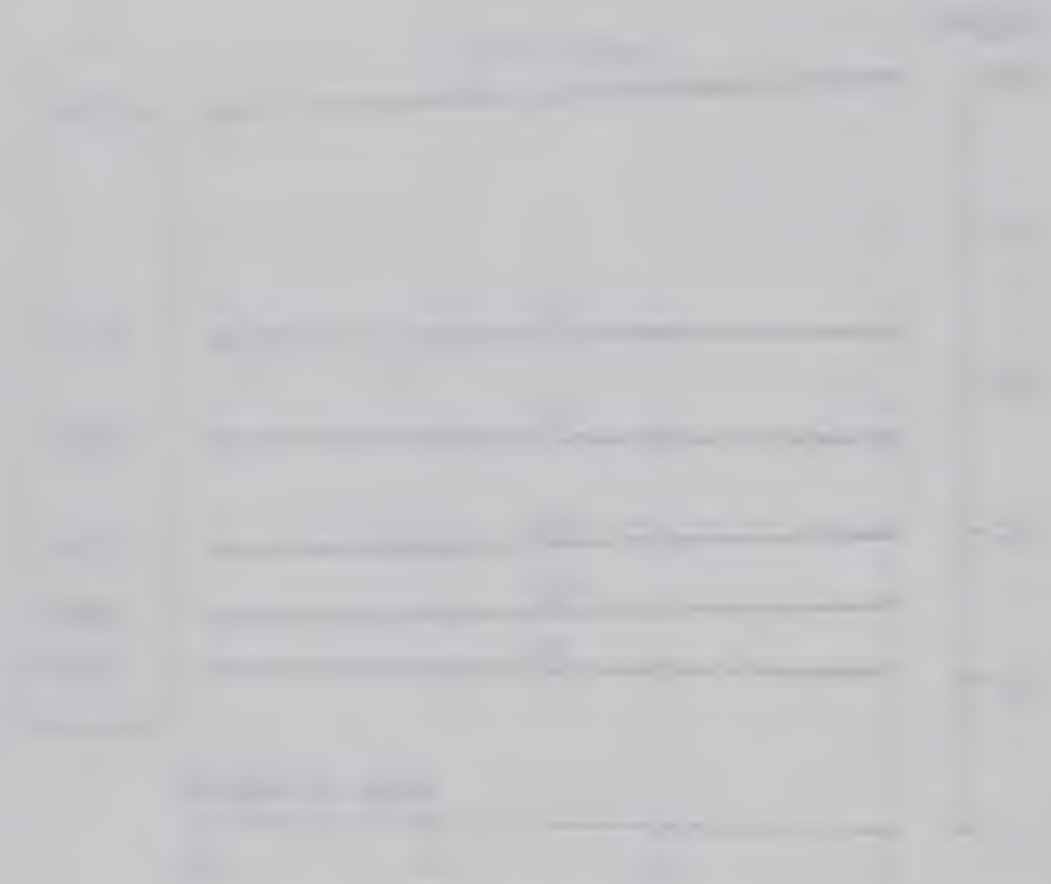



FIGURE 36 - INFLUENCE DE L'EXCENTRICITE INITIALE

(POTEAUX CARRES, $\ell/h_t$ = 30, $\omega'_\ell$ = 2 %, $\sigma'_j$ = 300 kg/cm2, $\sigma_e$ = 4500 kg/cm2)



$$V = \frac{N_u(\alpha = 45°) - N_u(\alpha = 0)}{N_u(\alpha = 0)}$$

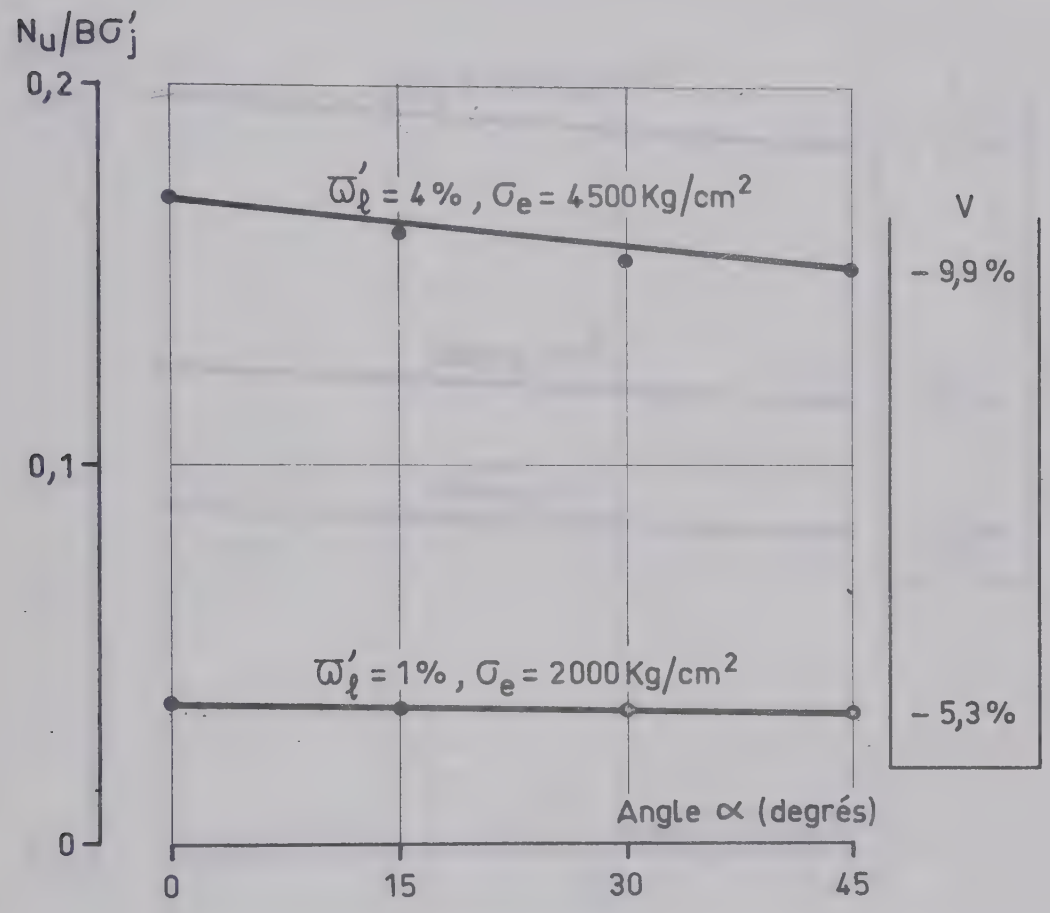



FIGURE 37 - INFLUENCE DU POURCENTAGE ET LIMITE D'ELASTICITE DES ARMATURES.

(POTEAUX CARRES, $\ell/h_t = 50$ , $e_{or}/h_t = 1$, $\sigma'_j = 200$ kg/cm2).

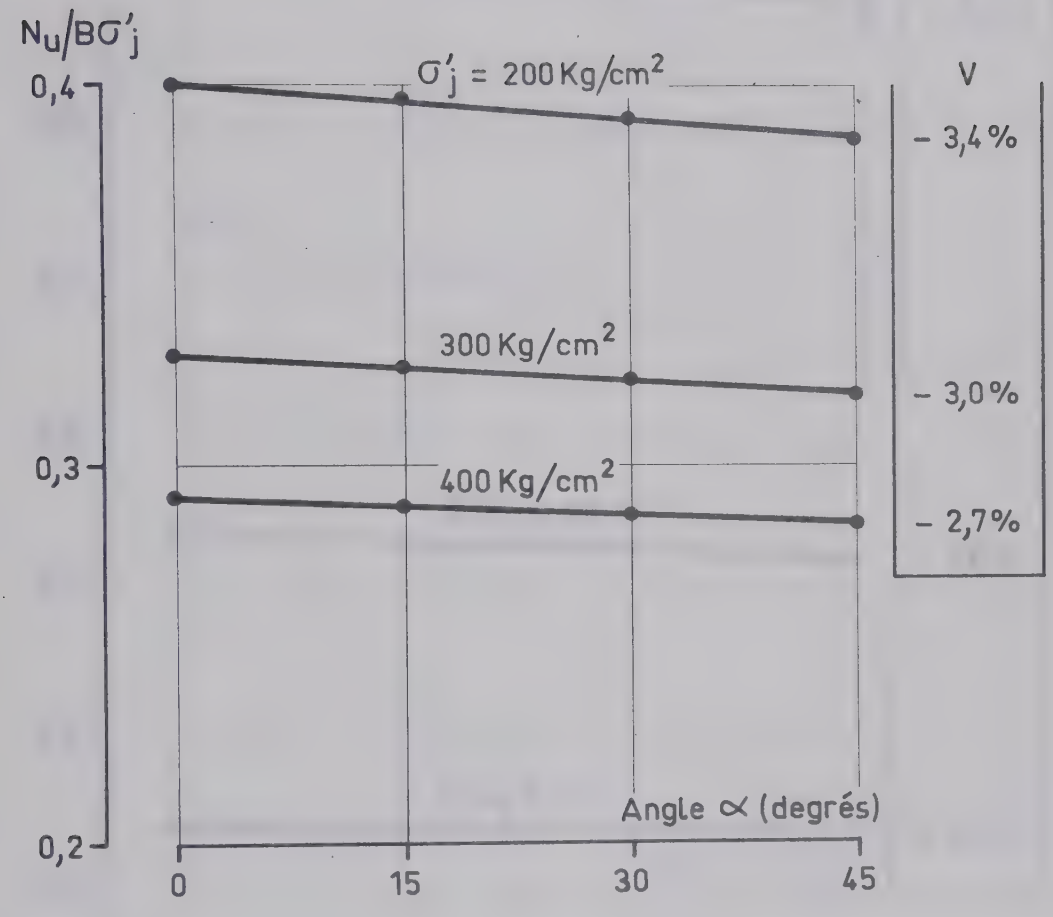
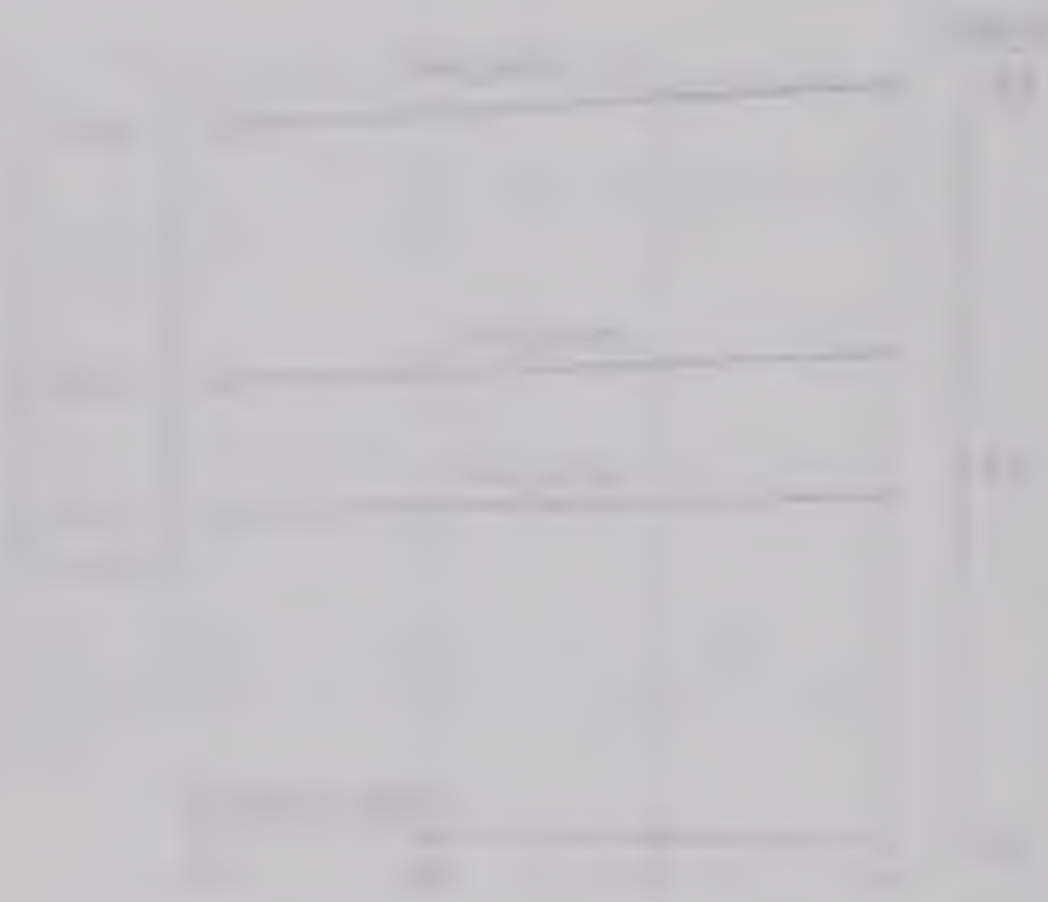



FIGURE 38 - INFLUENCE DE LA RESISTANCE DU BETON.

(POTEAUX CARRES, $\ell/h_t$ =.30, $\omega'_\ell$ = 2 %, $e_{or}/h_t$ = 0,2 , $\sigma_e$ = 4500 kg/cm2)



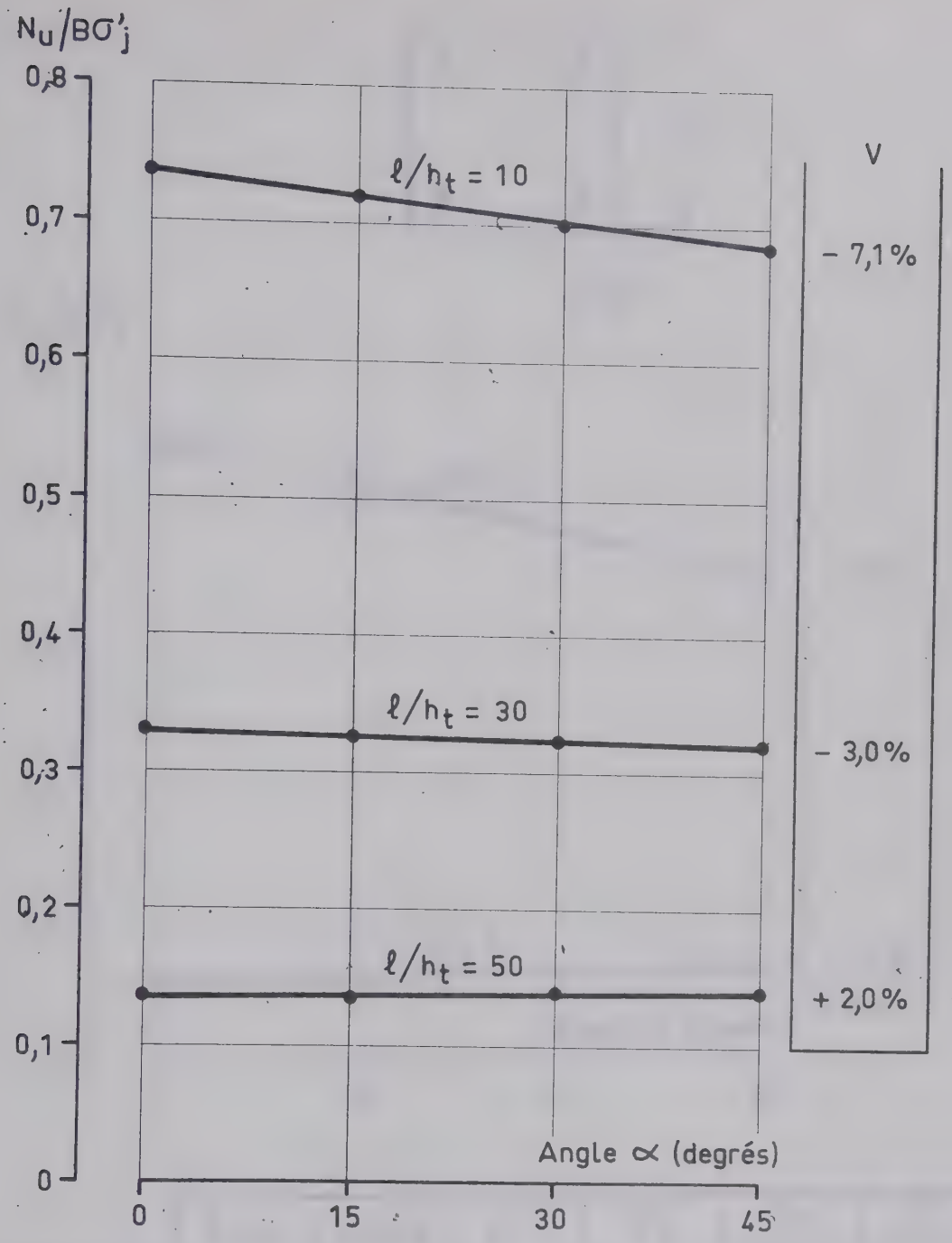
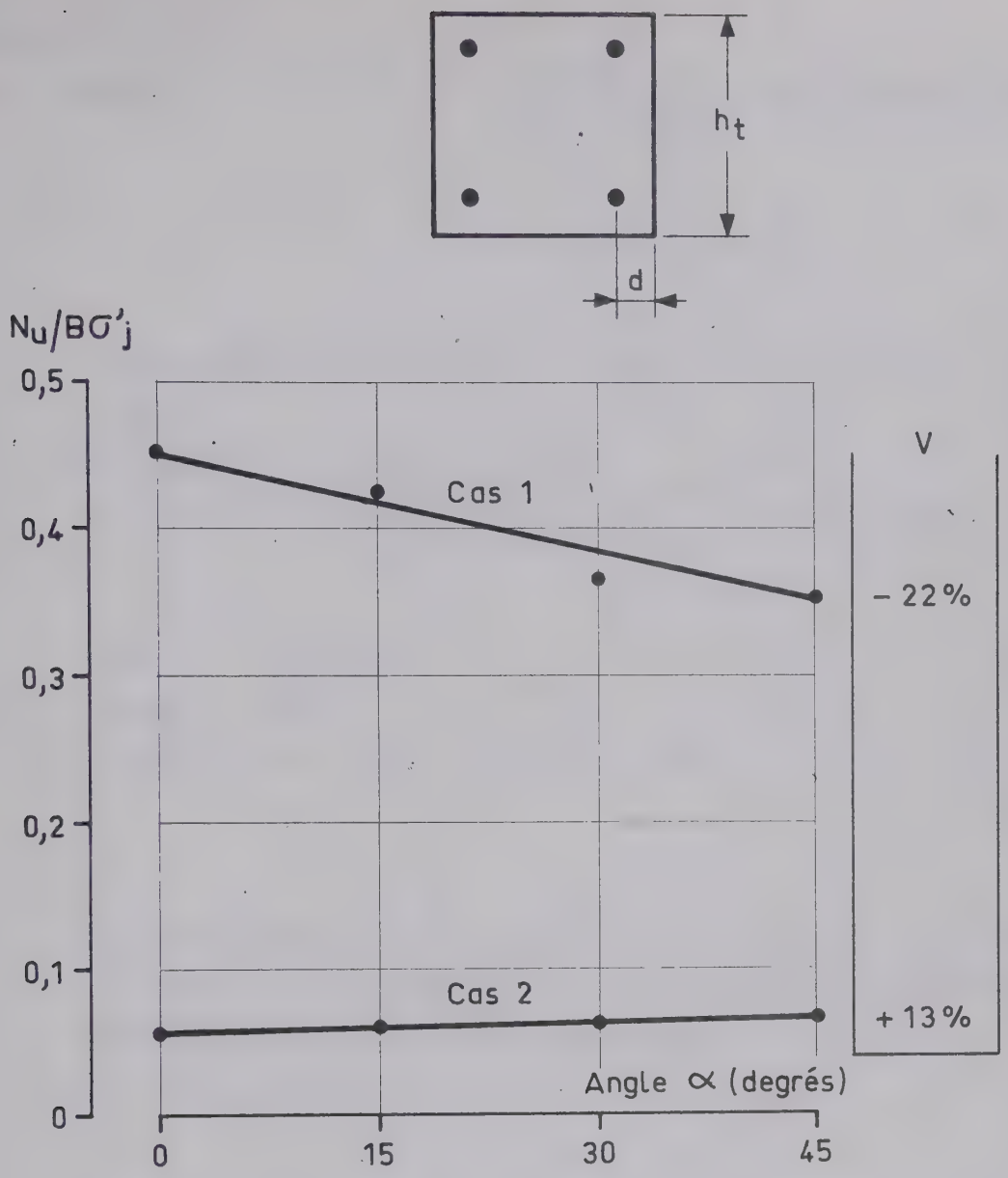


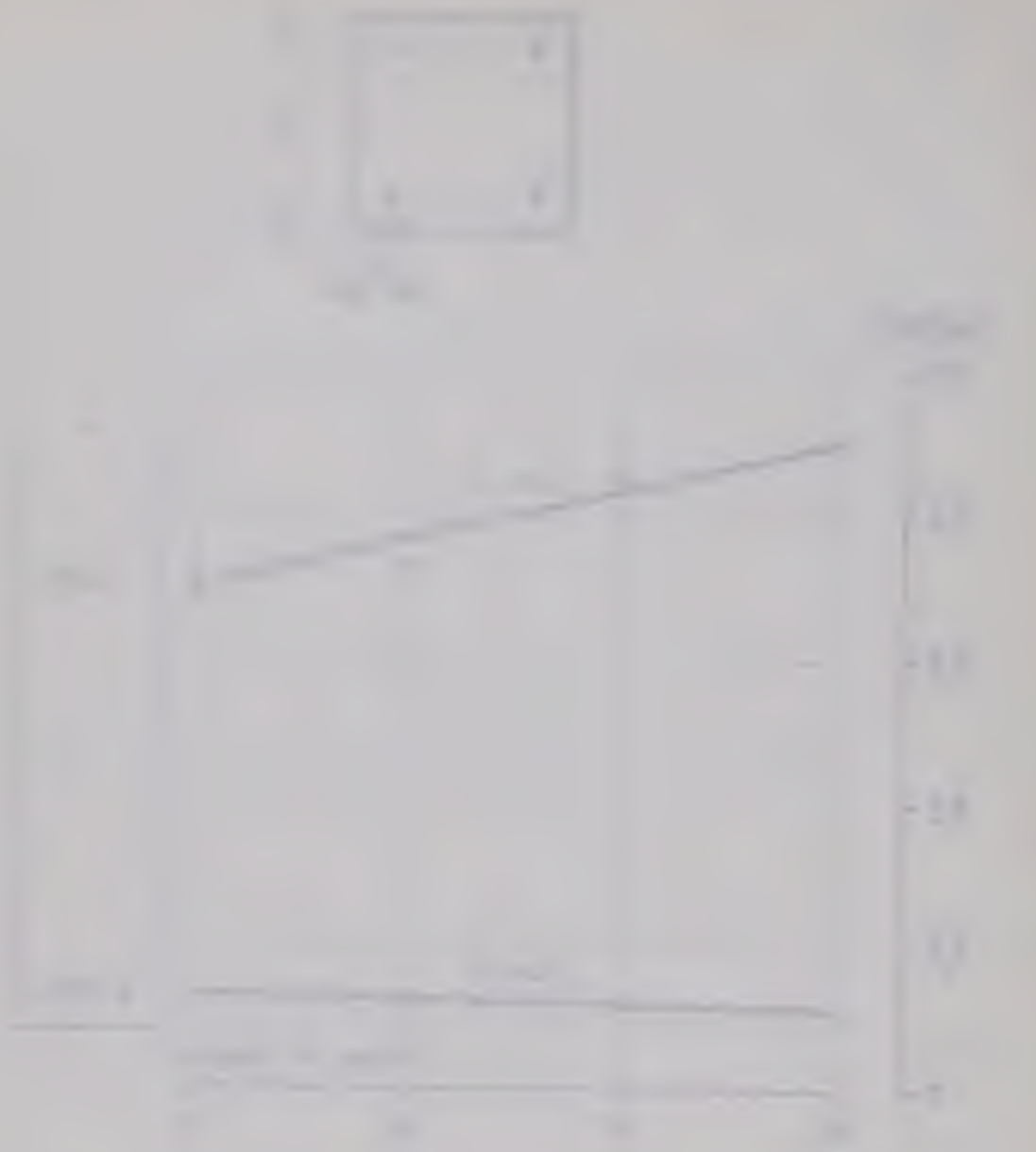

FIGURE **39** - INFLUENCE DE L'ELANCEMENT

(POTEAUX CARRES, $e_{or}/h_t$ = 0,2 , $\omega'_\ell$ = 2 % , $\sigma_e$ = 4500 kg/cm2, $\sigma'_j$ = 300 kg/cm2).




| | $\ell / h_t$ | $e_{or}/h_t$ | $d/h_t$ | $\omega'_\ell$ | $\sigma_e$ Kg/cm² | $\sigma'_j$ Kg/cm² |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Cas 1 | 10 | 1,0 | 0,125 | 4 % | 5000 | 200 |
| Cas 2 | 50 | 0,3 | 0,125 | 1 % | 2000 | 400 |

FIGURE 40 - CAS EXTREMES POUR V.



| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | | |
| | | | | | | |

Académie de Paris

UNIVERSITE de PARIS VI
11, Quai Saint Bernard - Paris 5

SERVICE DE LA SCOLARITE
Bureau des Enseignements du 3e Cycle

tél. 336.25.25 et 325.12.21

# PERMIS D'IMPRIMER

DOCTORAT : .....

THESE DE : DOCTEUR INGENIEUR .....

NOM : .... SAHEBDJEM .....

Prénoms : ... Asgar .....

né le 1er Avril 1943 à MARAGHE ... Iran ..... Dépt : ...

1ère THESE : Flambement des poteaux en béton armé de section carrée, articulés et chargés dans un plan radial quelconque avec des ... excentricités égales aux deux extrémités. .....

.....

.....

2e THESE (Propositions faites par l'Université) : Similitude dans les échanges thermiques. .....

.....

.....

ACADEMIE DE PARIS
UNIVERSITÉ PARIS VI

Vu et Approuvé

PARIS, le .. 14 Mars 1972

Le Président

de l'Université de PARIS VI